

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ DOKTORA PROGRAMI**

**ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ VE UZANTILARININ  
YENİ MATEMATİKSEL MODELLERİ**

**HAZIRLAYAN**

**GÖZDE ÖNDER UZUN**

**DOKTORA TEZİ**

**ANKARA – 2021**



**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI  
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ DOKTORA PROGRAMI**

**ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ VE UZANTILARININ  
YENİ MATEMATİKSEL MODELLERİ**

**HAZIRLAYAN**

**GÖZDE ÖNDER UZUN**

**DOKTORA TEZİ**

**TEZ DANIŞMANI**

**PROF. DR. İMDAT KARA**

**ANKARA – 2021**

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı Endüstri Mühendisliği Doktora Programı çerçevesinde Gözde Önder Uzun tarafından hazırlanan bu çalışma, aşağıdaki jüri tarafından Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Savunma Tarihi: 04 / 08 / 2021

**Tez Adı:** Zaman Pencereli Tamirci Problemi ve Uzantılarının Yeni Matematiksel Modelleri

<b>Tez Jüri Üyeleri ( Unvanı, Adı - Soyadı, Kurumu )</b>		<b>İmza</b>
Prof. Dr. Serpil Erol	Gazi Üniversitesi	.....
Prof. Dr. İmdat Kara	Başkent Üniversitesi	.....
Prof. Dr. Berna Dengiz	Başkent Üniversitesi	.....
Prof. Dr. Oya Karışan	Bilkent Üniversitesi	.....
Prof. Dr. Yusuf Tansel İç	Başkent Üniversitesi	.....

**ONAY**

Prof. Dr. Ömer Faruk Elaldı  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü  
Tarih : ... / ... / .....

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**  
**DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU**

Tarih: 06 / 08 / 2021

Öğrencinin Adı, Soyadı : Gözde Önder Uzun

Öğrencinin Numarası : 21510341

Anabilim Dalı : Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Programı : Endüstri Mühendisliği Doktora Programı

Danışmanın Unvanı/Adı, Soyadı : Prof. Dr. İmdat Kara

Tez Başlığı : Zaman Pencereli Tamirci Problemi ve Uzantılarının Yeni Matematiksel Modelleri

Yukarıda başlığı belirtilen Doktora tez çalışmamın; Giriş, Ana Bölümler ve Sonuç Bölümünden oluşan, toplam 111 sayfalık kısmına ilişkin, 06 / 08 / 2021 tarihinde şahsım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 6'dır. Uygulanan filtrelemeler:

1. Kaynakça hariç
2. Alıntılar hariç
3. Beş (5) kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

“Başkent Üniversitesi Enstitüleri Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Usul ve Esaslarını” inceledim ve bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranlarına tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Öğrenci İmzası:.....

**ONAY**

Tarih: ... / ... / 20...

Öğrenci Danışmanı

Prof. Dr. İmdat Kara

## TEŞEKKÜR

Eğitimim ve çalıőmalarım süresince kıymetli bilgi ve tecrübeleri ile bana destek olan, yönlendiren, anlayıő ve hoőgörüsünü her zaman hissettiğim tez danıőmanım değerli hocam Sayın Prof. Dr. İmdat KARA'ya tüm yardımları ve katkıları için sonsuz teőekkürlerimi ve saygılarımı sunarım.

Tez çalıőmam sırasında değerli önerileri ve yardımları ile bana yol gösteren, tez izleme komitesi üyesi hocalarım Sayın Prof. Dr. Berna DENGİZ ve Sayın Prof. Dr. Oya EKİN KARAŐAN'a teőekkürü bir borç bilirim.

Bugünlere gelmemde her türlü fedakârlık göstererek yanımda olan, maddi ve manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen aileme en içten sevgi ve teőekkürlerimi sunarım.

Eğitimim ve tez çalıőmam boyunca beni hep destekleyerek motivasyon veren, karşılaőtıđım her zorluğun üstesinden gelmemde sabrı ve yardımseverliği ile beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan eőim Mete UZUN'a ve sevgileri ile bana güç veren kızlarım Lila ve Mila'ya sonsuz sevgi ve teőekkürlerimi sunarım.

# ÖZET

**Gözde ÖNDER UZUN**

## **ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ VE UZANTILARININ YENİ MATEMATİKSEL MODELLERİ**

**Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**

**Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı**

**2021**

Tamirci Problemi (TP) rotalama problemlerinin temelini oluşturan Gezgin Satıcı Probleminin (GSP) bir türüdür. TP müşteri memnuniyetini esas alıp, tüm müşterilerin toplam gecikme zamanını en küçük yapmayı amaçlar. TP, başlangıç düğümünden yola çıkan bir tamircinin, tüm müşterilere hizmet verdikten sonra başlangıç noktasında veya verilen bir düğümde sona eren, toplam gecikmeyi en küçükleyen Hamilton turunu veya yolunu bulmaktır. Tez kapsamında, TP'nin gerçek hayat uygulamalarında en çok karşılaşılan, zaman pencereli TP (ZPTP), çok gezginli zaman pencereli TP (ÇZPTP) ve çok depolu zaman pencereli TP (DZPTP) uzantıları ele alınmıştır. Öncelikle, ZPTP için kaynaklarda var olan iki matematiksel model incelenerek, ZPTP için polinom sayıda kısıta ve karar değişkenine sahip dört yeni matematiksel model geliştirilmiştir. Yapılan sayısal analizler sonucunda, geliştirilen matematiksel modellerden iki tanesinin performansının, CPU süreleri ve sapma oranları yönüyle, diğerlerine göre çok üstün olduğu görülmüştür. Ardından, ÇZPTP ele alınarak, yapılan kaynak araştırması sonucunda homojen ve heterojen durum için toplam iki matematiksel model bulunmuştur. Tez kapsamında homojen ÇZPTP için düğüm tabanlı ve ayırıt tabanlı olmak üzere iki adet ve heterojen ÇZPTP için düğüm tabanlı ve ayırıt tabanlı olmak üzere iki adet, polinom sayıda kısıta ve karar değişkenine sahip matematiksel model geliştirilmiştir. Kaynaklarda var olan modeller ve geliştirilen yeni modeller farklı tamirci sayıları ele alınarak, karşılaştırma problemlerinin çözüm için gerekli CPU süreleri ve sapma oranları yönüyle incelenmiştir. Sayısal analizler sonucunda, düğüm tabanlı modellerin hem homojen hem heterojen durum için üstün performans gösterdiği görülmüştür. Çalışmanın bu aşamasından sonra DZPTP üzerine odaklanılmış ve kaynak araştırması yapıldığında bu alanda hiçbir çalışma olmadığı anlaşılmıştır. DZPTP için gerçek hayatta karşılaşılabilecek beş farklı duruma yönelik matematiksel modeller geliştirilmiştir. Kaynaklardaki test problemleri çözülerek yapılan sayısal analizlerde, bazı problemler için

tamirci sayılarında artış yapılarak eniyi çözümler elde edilebilmiştir ve modellerin performansları problemlerin çözümleri için geçerli olan CPU süreleri ve sapma oranları yönüyle değerlendirilmiştir. Büyük boyutlu problemlerin az tamirci sayısı ile süre sınırı içerisinde eniyi çözümlerine erişilemediğinden dolayı metasezgisel bir algoritma olan Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme (BTE) algoritması geliştirilmiştir. BTE algoritmasının parametre değerleri deney tasarımı yapılarak belirlenmiştir. Sayısal analizler ile algoritmanın etkinliği incelenmiş ve bu aşamada eniyi değerden sapma oranı, değişim katsayısı ve çözüm zamanı ölçütleri temel alınmıştır. BTE algoritması ile büyük boyutlu problemler için kabul edilebilir zamanda yüksek kaliteli çözümler elde edilmiş ve algoritmanın üstün başarı gösterdiği görülmüştür. Bu çalışmanın en önemli sonuçları ZPTP, ÇZPTP ve DZPTP için önerilen yeni matematiksel modellerin ve DZPTP için geliştirilen metasezgisel algoritmanın bilime katkı olarak sunulmasıdır.

**ANAHTAR KELİMELER:** Zaman Pencereli Tamirci Problemi, Çok Tamirci, Çok Depo, Matematiksel Modelleme, Metasezgisel Algoritma.



# ABSTRACT

**Gözde ÖNDER UZUN**

## **NEW MATHEMATICAL MODELS FOR THE TRAVELING REPAIRMAN PROBLEM WITH TIME WINDOWS AND ITS EXTENSIONS**

**Baskent University Institute of Science and Engineering**

**Department of Industrial Engineering**

**2021**

The Traveling Repairman Problem (TRP) is a variant of the Traveling Salesman Problem (TSP) which is the basis of the routing problems. TRP is based on customer satisfaction and aims to minimize total delay time of customers. TRP involves finding a Hamiltonian tour or path starting from an initial node, after visiting all customers, it ends at the starting or any given node in such a way that, total delay time is minimized. In this study, TRP with time windows (TRPTW), multiple traveler TRPTW (kTRPTW) and multi depot TRPTW (DTRPTW) are considered. Firstly, we observe that there exist only two mathematical models for TRPTW and four new mathematical models with polynomial number of constraints and decision variables are developed. Benchmark problems are solved by existing and new models for TRPTW and CPU times and deviation rates are analyzed. We conclude that two of the new mathematical models are superior to the others. Then, for kTRPTW, two mathematical models are found for homogeneous and heterogeneous case in the literature. Two new mathematical models which are node-based and arc-based with polynomial number of constraints and decision variables are developed for homogeneous and heterogeneous kTRPTW. The performances of the existing and new models for kTRPTW are compared by using benchmark problems in terms of CPU times and deviation rates with different number of repairmen. As a result of computational analysis, we observe that, the node-based models show superior performance for both cases. Lastly, it is focused on DTRPTW and we could not find any study for DTRPTW in the literature. Five mathematical models with polynomial number of constraints and decision variables are proposed for various types of the DTRPTW. The performances of new formulations are analyzed in terms of CPU times and deviation rates for solving problems. Since the optimal solutions cannot be reached with mathematical formulation by using small number of repairmen for some large-sized problems in a reasonable time, a metaheuristic algorithm

named as Biogeography-Based Optimization (BBO) is developed to solve them approximately. The parameter values of BBO algorithm are estimated by experimental design. The efficiency of the algorithm is evaluated by using deviation rate from the optimal value, coefficient of variation and solution time. The proposed metaheuristic algorithm represents a high performance to find good quality solutions within acceptable CPU times for large-size problems. The main contribution of this study is to present new mathematical models for TRPTW, kTRPTW, DTRPTW and the metaheuristic algorithm for DTRPTW.

**KEYWORDS:** Traveling Repairman Problem with Time Windows, Multiple Repairmen, Multiple Depot, Mathematical Modeling, Metaheuristic Algorithm.

# İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT .....	iv
İÇİNDEKİLER.....	vi
TABLolar LİSTESİ.....	x
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	xiii
1. GİRİŞ.....	1
2. ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ.....	8
2.1. Kaynak Taraması.....	8
2.2. Problemin Tanımı.....	10
2.3. Kaynaklardaki Matematiksel Modeller.....	12
2.3.1. Heilporn et al. modeli.....	12
2.3.2. Van Der Meer modeli.....	14
2.4. Yeni Matematiksel Modeller.....	15
2.4.1. Yeni matematiksel model-1: YM1.....	16
2.4.2. Yeni matematiksel model-2: YM2.....	18
2.4.3. Yeni matematiksel model-3: YM3.....	20
2.4.4. Yeni matematiksel model-4: YM4.....	22
2.5. Sayısal Analizler.....	24
2.5.1. Simetrik problemler için ortalama CPU süreleri.....	24
2.5.2. Simetrik problemler için sapma oranları.....	27
2.5.3. Asimetrik problemler için ortalama CPU süreleri.....	29
2.5.4. Asimetrik problemler için sapma oranları.....	30
2.6. Değerlendirme.....	31
3. ÇOK GEZGİNLİ ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ.....	34
3.1. Kaynak Taraması.....	34
3.2. Problemin Tanımı.....	35
3.3. Kaynaklardaki Matematiksel Modeller.....	36
3.3.1. Van Der Meer modeli .....	37
3.3.2. Bjelic et al. modeli.....	38
3.4. Yeni Matematiksel Modeller.....	40

3.4.1. Homojen durum için yeni matematiksel model-1: kYM1Hom...	40
3.4.2. Homojen durum için yeni matematiksel model-2: kYM2Hom...	42
3.4.3. Heterojen durum için yeni matematiksel model-2: kYM1Het....	43
3.4.4. Heterojen durum için yeni matematiksel model-2: kYM2Het....	45
3.5. Simetrik Problemler için Sayısal Analizler.....	47
3.5.1. Homojen durum için ortalama CPU süreleri.....	47
3.5.2. Homojen durum için sapma oranları.....	52
3.5.3. Heterojen durum için ortalama CPU süreleri .....	53
3.5.4. Heterojen durum için sapma oranları.....	56
3.6. Asimetrik Problemler için Sayısal Analizler.....	57
3.6.1. Homojen durum için CPU süreleri.....	57
3.6.2. Heterojen durum için CPU süreleri .....	59
3.7. Değerlendirme.....	60
4. ÇOK DEPOLU ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ.....	63
4.1. Kaynak Taraması.....	63
4.2. Problemin Tanımı.....	64
4.3. Kaynaklardaki Matematiksel Modeller.....	66
4.3.1. Ruiz and Vob modeli .....	66
4.3.2. Wang et al. modeli.....	67
4.4. Yeni Matematiksel Modeller.....	68
4.4.1. Tamircilerin giriş/çıkış depoları sabit: YM1D1.....	69
4.4.2. Depolarda tamirci sayıları sabit: YM1D2.....	71
4.4.3. Farklı depolardan çıkış tek depoya dönüş: YM1D3.....	72
4.4.4. Tek depodan çıkış farklı depolara giriş: YM1D4.....	74
4.4.5. Depo giriş/çıkış koşulu yok: YM1D5.....	75
4.5. Sayısal Analizler.....	76
4.5.1. YM1D5 modeli ve dönüştürülmüş Ruiz and Vob modeli için CPU süreleri ve sapma oranları.....	77
4.5.2. YM1D1, YM1D2, YM1D3 ve YM1D4 modelleri için CPU süreleri ve sapma oranları.....	79
4.5.3. Yeni modellerin farklı depo ve tamirci sayıları için performans analizi.....	80
4.6. Değerlendirme.....	81

<b>5. ÇOK DEPOLU ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ İÇİN GELİŞTİRİLEN METASEZGİSEL ALGORİTMA.....</b>	<b>83</b>
<b>5.1. Kaynak Taraması.....</b>	<b>83</b>
<b>5.2. Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme Algoritmasına Dayalı Çözüm</b>	
Yaklaşımı.....	85
5.2.1. Biyocoğrafya tabanlı eniyileme algoritması.....	85
5.2.2. Çözüm gösterimi.....	89
5.2.3. Başlangıç yığınının oluşturulması.....	90
5.2.4. Uygunluk değerinin hesaplanması.....	91
5.2.5. Probleme özgü önerilen BTE algoritmasının adımları.....	91
<b>5.3. Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme Algoritmasının Parametre Eniyilemesi.....</b>	<b>94</b>
5.3.1. Etkinlik ölçütleri.....	95
5.3.2. Test problemleri.....	95
5.3.3. $3^k$ faktöriyel tasarım.....	98
<b>5.4. Sayısal Analizler.....</b>	<b>101</b>
5.4.1. Önerilen algoritma için eniyi değerden sapma oranları ve değişim katsayıları.....	102
5.4.2. Önerilen algoritma için CPU süreleri.....	104
<b>5.5. Değerlendirme.....</b>	<b>106</b>
<b>6. SONUÇ.....</b>	<b>108</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>112</b>

## **EKLER**

- EK 1: Tamirci Problemi için Kaynaklarda Var Olan Uzantıları ile ilgili Yapılan Çalışmalar**
- EK 2: Çok Gezinli Tamirci Problemi için Kaynaklarda Var Olan Uzantıları ile ilgili Yapılan Çalışmalar**
- EK 3: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için ZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**
- EK 4: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için Ban Metasezgiseli ile YM3 ve YM4 Modelleri Tarafından Elde Edilen Değerler ve CPU Süreleri (sn)**
- EK 5: Gendreau et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için YM3 ve YM4 Modelleri Tarafından Elde Edilen Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**

- EK 6: Gendreau et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için Ban Metasezgiseli ile YM3 ve YM4 Modelleri Tarafından Elde Edilen Değerler ve CPU Süreleri (sn)**
- EK 7: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için ZPTP Sapma Oranları**
- EK 8: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin  $k=2$  ve  $k=3$  için Homojen ÇZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**
- EK 9: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin  $k=4$  ve  $k=5$  için Homojen ÇZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**
- EK 10: Gendreau et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerde Tüm Tamirci Sayıları ile  $kYM1Hom$  ve  $kYM2Hom$  için Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri**
- EK 11: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin  $k=2$  ve  $k=3$  için Homojen ÇZPTP Sapma Oranları**
- EK 12: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin  $k=2$  ve  $k=3$  için Heterojen ÇZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**
- EK 13: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin  $k=4$  ve  $k=5$  için Heterojen ÇZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**
- EK 14: Gendreau et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerde Tüm Tamirci Sayıları ile  $kYM1Het$  için Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**
- EK 15: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin  $k=2$  ve  $k=3$  için Heterojen ÇZPTP Sapma Oranları**

## TABLolar LİSTESİ

	<b>Sayfa</b>
Tablo 2.1. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemler için ortalama CPU süreleri (sn).....	25
Tablo 2.2. Gendreau et al. tarafından geliştirilen problemlerde YM3 ve YM4 için ortalama CPU süreleri (sn) .....	27
Tablo 2.3. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerde tüm modeller için ortalama sapma oranları.....	28
Tablo 2.4. Asimetrik problemlerde CPU süreleri (sn).....	29
Tablo 2.5. Asimetrik problemlerde sapma oranları.....	30
Tablo 3.1. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=2 ve k=3 için homojen ÇZPTP ortalama CPU süreleri (sn).....	48
Tablo 3.2. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=4 ve k=5 için homojen ÇZPTP ortalama CPU süreleri (sn).....	49
Tablo 3.3. Gendreau et al. tarafından geliştirilen problemlerde tüm tamirci sayıları ile kYM1Hom ve kYM2Hom için ortalama CPU süreleri (sn).....	51
Tablo 3.4. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=2 ve k=3 için homojen ÇZPTP ortalama sapma oranları.....	52
Tablo 3.5. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=2 ve k=3 için heterojen ÇZPTP ortalama CPU süreleri (sn).....	54
Tablo 3.6. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=4 ve k=5 için heterojen ÇZPTP ortalama CPU süreleri (sn).....	55
Tablo 3.7. Gendreau et al. tarafından geliştirilen problemlerde tüm tamirci sayıları ile kYM1Het için ortalama CPU süreleri (sn).....	56
Tablo 3.8. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=2 ve k=3 için heterojen ÇZPTP ortalama sapma oranları.....	56
Tablo 3.9. Asimetrik problemlerde homojen ÇZPTP için CPU süreleri (sn).....	58
Tablo 3.10. Asimetrik problemlerde heterojen ÇZPTP için CPU süreleri (sn).....	59
Tablo 4.1. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerin YM1D5 ve dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeli için CPU süreleri (sn) ve sapma oranları.....	78
Tablo 4.2. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerin geliştirilen diğer modeller için CPU süreleri (sn).....	79

Tablo 4.3. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerin geliştirilen diğer modeller için sapma oranları.....	79
Tablo 4.4. pr01 probleminde farklı depo sayılarına göre geliştirilen modeller için CPU süreleri (sn).....	80
Tablo 4.5. pr02 probleminde farklı tamirci sayılarına göre geliştirilen modeller için CPU süreleri (sn).....	81
Tablo 5.1. Test problemleri.....	96
Tablo 5.2. Genişletilmiş test problemleri.....	96
Tablo 5.3. Her problem boyutu için seçilen problemlerde elde edilen iterasyon sayıları..	98
Tablo 5.4. BTE algoritmasında dikkate alınan parametreler ve düzeyleri.....	99
Tablo 5.5. BTE parametreleri için ANOVA tablosu.....	99
Tablo 5.6. BTE algoritması parametreleri için duncan çoklu açıklık testi sonuçları.....	100
Tablo 5.7. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerde BTE algoritması için eniyi değerden sapma oranları ve değişim katsayıları.....	102
Tablo 5.8. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerde matematiksel model ve BTE algoritması ile elde edilen CPU süreleri (sn).....	104



## ŞEKİLLER LİSTESİ

	<b>Sayfa</b>
Şekil 1.1. Örnek bir serim.....	2
Şekil 1.2. Örnek bir tur.....	3
Şekil 2.1. p düğümüne girişleri ve çıkışları gösteren bir örnek.....	19
Şekil 5.1. BTE algoritmasına ait göç operatörü.....	87
Şekil 5.2. BTE algoritmasına ait mutasyon operatörü .....	88
Şekil 5.3. BTE algoritmasının genel adımları.....	89
Şekil 5.4. BTE algoritması için örnek çözüm gösterimi.....	90
Şekil 5.5. BTE algoritması için başlangıç yığını oluşturma adımları.....	90
Şekil 5.6. BTE algoritmasında göç operatörünün uygulanması ile ilgili bir örnek.....	92
Şekil 5.7. DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasına ait göç operatörü .....	93
Şekil 5.8. DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasına ait mutasyon operatörü .....	93
Şekil 5.9. DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasının genel adımları .....	94

## SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

A	ayırlar kümesi
$a_i$	i.düğümün en erken ziyaret zamanı
$b_i$	i.düğümün en geç ziyaret zamanı
BTE	Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme
$c_{ij}$	i.düğümünden j.düğümüne geçiş süresi
$c_{ij}^k$	k tamircisinin i.düğümünden j.düğümüne geçiş süresi
ÇZPTP	Çok Gezinli Zaman Pencereci Tamirci Problemi
d	depo sayısı
D	depo kümesi
DK	değişim katsayısı
DZPTP	Çok Depolu Zaman Pencereci Tamirci Problemi
E	enbüyük göç verme oranı
EÇ	problemin eniyi çözümü
ES	eniyi değerden sapma oranı
$f_{jt}$	eğer j.düğüm t.sırada ziyaret edilirse 1, diğer durumda 0 değerini alan karar değişkeni
G(V,A)	yönlü veya yönsüz bir serim
GA	Genetik Algoritma
GSP	Gezin Satıcı Problemi
kYM1Het	Heterojen ÇZPTP için Yeni Matematiksel Model-1
kYM2Het	Heterojen ÇZPTP için Yeni Matematiksel Model-2
$H_i$	i.habitat
kYM1Hom	Homojen ÇZPTP için Yeni Matematiksel Model-1
kYM2Hom	Homojen ÇZPTP için Yeni Matematiksel Model-2
I	enbüyük göç alma oranı
k	tamirci sayısı
$k_i$	i.habitatın uygunluk sırası
K	$\{1, \dots, k\}$ tamirci kümesi
M	yeterince büyük pozitif bir sayı
M1	Heilporn et al. modeli
M2	Van Der Meer modelinin ZPTP için uyarlanmış modeli
M3	Van Der Meer modeli
M4	Bjelic et al. modeli
$m_i$	i.depodaki tamirci sayısı
$M_{max}$	enbüyük mutasyon oranı
$m_{o_i}$	i.habitatın mutasyon oranı
n	müşteri sayısı
N	$\{0, \dots, n+1\}$ düğümler kümesi
$N_i$	i.depodaki tamirci sayısı için üst sınır
PB	problem boyutu
$P_i$	denge durumu olasılığı
r	rassal sayı
Q	tamircilerin kapasitesi
$Q_k$	k tamircisinin kapasitesi
$q_i$	i.müşterinin talebi
SÇ	sezgisel algoritma ile elde edilen çözüm
sn	saniye
StS	standart sapma

$s_i$	i.düğümün servis zamanı
$t_i$	i.düğümüne varış zamanı
$t_i^k$	k tamircisinin i.düğümüne varış zamanı
TM	toplam tamirci sayısı
TP	Tamirci Problemi
V	müşteriler kümesi
$V'$	$\{0, \dots, n\}$ düğümler kümesi
$v_i$	yardımcı değişken
$w_i$	i.düğüm için servise başlamadan önceki bekleme zamanı
$w_{ij}^t$	eğer i.düğüm (t-1).sırada ve j.düğüm t.sırada ziyaret edilirse 1, diğer durumda 0 değerini alan karar değişkeni
$x_{jj}$	eğer tamirci i.düğümünden j.düğümüne geçerse 1, diğer durumda 0 değerini alan karar değişkeni
$x_{jj}^k$	eğer k tamircisi i.düğümünden j.düğümüne geçerse 1, diğer durumda 0 değerini alan karar değişkeni
YG	yığın genişliği
$y_{jj}$	tamirci j.düğümüne i.düğümünden gelirse j.düğümüne gelene kadar geçen süreyi ifade eden karar değişkeni
$y_j^k$	eğer k tamircisi i.düğümüne uğramışsa 1, diğer durumda 0 değerini alan karar değişkeni
YM1	ZPTP için Yeni Matematiksel Model-1
YM2	ZPTP için Yeni Matematiksel Model-2
YM3	ZPTP için Yeni Matematiksel Model-3
YM4	ZPTP için Yeni Matematiksel Model-4
YM1D1	DZPTP için tamircilerin giriş/çıkış depoları sabit modeli
YM1D2	DZPTP için depolarda tamirci sayıları sabit modeli
YM1D3	DZPTP için farklı depolardan çıkış tek depoya dönüş modeli
YM1D4	DZPTP için tek depodan çıkış farklı depolara giriş modeli
YM1D5	DZPTP için depo giriş/çıkış koşulu yok modeli
$z_{jj}$	eğer j.düğüm i.düğümünden sonra ziyaret edilirse (hemen sonra olması zorunlu değil) 1, diğer durumda 0 değerini alan karar değişkeni
$z_{lp}$	doğrusal programlama gevşetme değeri
$z_{opt}$	eniye çözüm değeri
ZPTP	Zaman Pencereli Tamirci Problemi
$\sigma_t$	t.sıradaki düğümün servis zamanı
$\sigma_0$	depo düğümünün servis zamanı
$\lambda_i$	i.habitat için göç alma oranı
$\mu_i$	i.habitat için göç verme oranı

# 1. GİRİŞ

Tedarik Zinciri Yönetimi Profesyonelleri Konseyi (Council of supply chain management professionals) lojistik yönetimi kavramını, en genel ifadesiyle, müşteri gereksinmelerini karşılamak üzere, üretim noktası ve tüketim noktaları arasındaki mal, hizmet ve ilgili bilgilerin ileri ve geri yöndeki akışları ile depolanmalarının etkin ve verimli bir şekilde planlanması, uygulanması ve kontrolünü kapsayan tedarik zinciri süreci aşaması olarak tanımlamaktadır [1]. Lojistik faaliyetlerinin en önemli bileşenlerinden birisi firmalardan müşterilere gerçekleştirilen taşıma ve dağıtımlarla ilgili verilen kararlardır. Bu aşamanın verimli bir şekilde yürütülebilmesinde taşıma ve dağıtım işlemlerinde kullanılan kavram ve teknikleri içeren rotalama problemlerinin ve çözüm yöntemlerinin önemi artmaktadır. Böylece, Endüstri Mühendisliği kavram ve tekniklerine ihtiyaç duyulmaktadır.

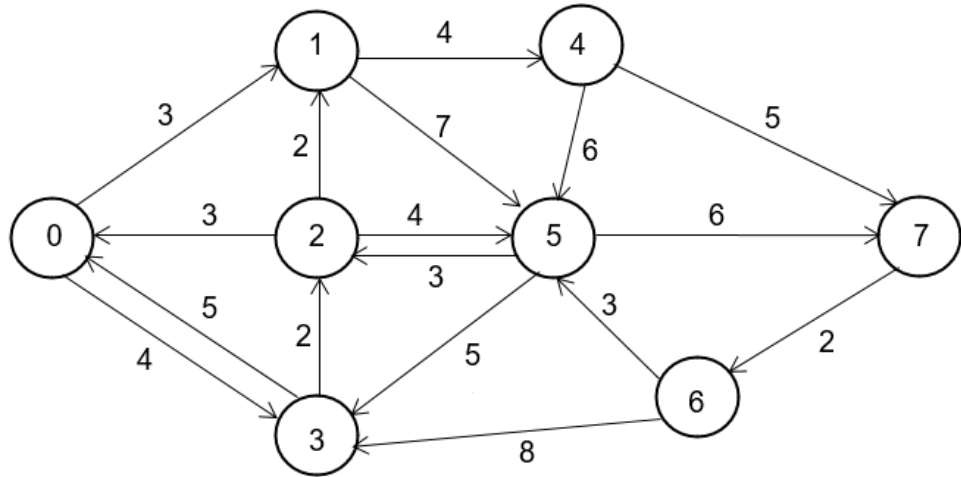
Rotalama problemlerinin temelini Gezgin Satıcı Problemi (GSP) oluşturmaktadır. Gezgin satıcı probleminde ele alınan temel amaç, firmanın maliyetini ya da gezginlerin kat ettiği toplam mesafeyi (zamanı) en küçüklemektir. Son yıllarda rekabetin sürekli artması ile müşteri memnuniyeti, firmalar açısından maliyet kadar dikkate alınması gereken bir faktör haline gelmiştir. Günümüz şartlarında, özellikle tüm dünyada geçirilmekte olan COVID-19 sürecinde, e-ticaret ve sanal marketlerin oldukça fazla kullanılır olması da müşteri memnuniyetinin önem derecesinin bir göstergesi olmaktadır. Bu durum, insani lojistik ve müşteri odaklı lojistik kavramlarının gündeme gelmesini de beraberinde getirmiştir. İnsani lojistiğin temelinde ise her bir müşteri için hizmetin talep edilmesinden yerine getirilmesine kadar geçen zaman, diğer bir deyişle, hizmet süreci ve süresi yatmaktadır.

Firmaların varlıklarını sürdürebilmeleri için müşteri memnuniyetini en yüksek seviyede tutmak, yani müşterilerin ihtiyaçlarını en kısa sürede karşılayarak, gecikmelerin toplamını en küçüklemek, maliyeti en küçüklemek kadar önemli bir unsur olmuştur. Gecikme, bir müşterinin talebinin karşılanıncaya kadar geçen süreyi ifade etmektedir. Bu durum zaman bağımlı rotalama problemlerini gündeme getirmiş olup, özel bir zaman bağımlı rotalama problemi türü olan ve yaşanan pandemi sebebiyle güncelliğinin oldukça arttığı görülen Dağıtıcı/Gecikme/Tamirci Problemlerinin önemini ortaya çıkarmıştır. Taşıma ve dağıtım işlemlerinde maliyet ve gecikmenin yanı sıra güvenlik, elde edilecek gelir gibi farklı performans ölçütleri de dikkate alınabilmektedir.

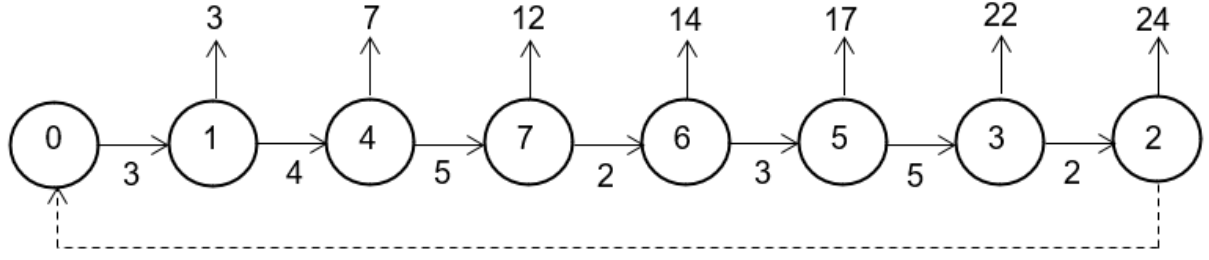
Müşteri odaklı lojistik yönetiminde, rotalama problemlerinde kullanılan amaç fonksiyonu yapısı değişerek, toplam maliyetin en küçüklenmesinin yerini, müşteri

taleplerinin en kısa sürede yerine getirilmesi odaklı yaklaşımlar almıştır. Bu değişim, kaynaklarda En Küçük Gecikme Problemi (Minimum Latency Problem) [2], Tamirci Problemi (Traveling Repairman Problem) [3], Dağıtıcı Problemi (Deliveryman Problem) [4] veya Kümülatif Gezgin Satıcı Problemi (Cumulative Traveling Salesman Problem) [5] olarak isimlendirilen problem türünün önem kazanmasında büyük rol oynamıştır. Bu çalışma kapsamında, belirtilen türlere özdeş anlamda Tamirci Problemi isimlendirmesi kullanılmıştır.

Tamirci Problemi (TP),  $n$  müşteri ve bir başlangıç düğümünden oluşan bir serimde, başlangıç düğümünden yola çıkan bir hareketlinin izleyeceği, tüm müşterilere uğradıktan sonra başlangıç noktasında veya verilen bir düğümde sona eren, toplam gecikmeyi enküçükleyen Hamilton turunu veya yolunu bulmak olarak tanımlanmaktadır. GSP, bütün müşterilere uğramak için gerekli olan toplam maliyeti (mesafeyi, zamanı) en küçük yapmayı amaçlamakta; TP ise, tüm müşterilerin toplam gecikme zamanını en küçük yapmayı amaçlamaktadır. Bu açıdan bakıldığında, TP müşteri odaklı, GSP hizmet veren kişi odaklıdır [6]. Ayrıtların düğümler arası geçiş süresini ifade ettiği 7 müşteriye sahip bir serimde, 0.düğüm başlangıç noktasını göstermek üzere gecikme ve toplam gecikme, Şekil 1.1.'de örneklenmiştir. Örnek serimde, tüm müşterilerin ziyaret edildiği bir tur Şekil 1.2.'de verilmiştir.



Şekil 1.1. Örnek bir serim



Şekil 1.2. Örnek bir tur

Şekil 1.2’de, GSP açısından bu turda harcanan süre, ayrıtlar toplamından hareketle 27 birim zamandır. Aynı uygun çözümün gecikme yönüyle değeri ise; 1.müşteri için gecikme= 3 birim zaman, 4.müşteri için gecikme= 3+4=7 birim zaman, 7.müşteri için gecikme= 3+4+5=12 birim zaman, 6.müşteri için gecikme= 3+4+5+2=14 birim zaman, 5.müşteri için gecikme= 3+4+5+2+3=17 birim zamandır. Böylece, müşterilerin toplam gecikme süresi 99 birim zaman olacaktır.

TP için kaynaklarda var olan ilk çalışma 1986 yılında yapılmış ve problemin özellikleri incelenerek NP-zor sınıfında yer aldığı gösterilmiştir [7]. Bu nedenle TP ve uzantıları için çözüm yöntemleri genellikle kesin çözüm veren yöntemler ya da sezgiseller üzerine yoğunlaşmıştır. TP ve uzantıları için matematiksel modeller geliştirilerek eniyi çözümleri elde etmek veya çeşitli algoritmalar geliştirilerek yaklaşık çözümlere ulaşabilmek amacıyla yapılmış az sayıda çalışma bulunmaktadır.

TP’nin gerçek hayat problemleri göz önüne alındığında, farklı uzantıları için çalışmaların yapıldığı görülmektedir [8, 9, 10, 11, 12]. Kaynaklarda uygulama alanı en çok olan çok gezginli [8, 13, 14, 11, 15, 16, 17, 18, 19], zaman pencereli [3, 10, 20], kar tabanlı [9, 21, 12, 22, 23, 24], çok amaçlı [25, 26] ve çevrimiçi (online) [27, 28, 29] uzantıları için birtakım çalışmalar yapılmıştır. Farklı durumları ele alan TP ve uygulamaları, EK 1’de toplu olarak verilmiştir. Çok gezginli TP için kaynaklar incelendiğinde ise zaman pencereli [30, 31, 32, 33, 34, 35, 36], çok depolu [37, 38, 39, 40, 41, 42, 43], süre sınırlandırılmış [44], kar tabanlı [9, 45, 46, 47], birim talepli [48], çevrimiçi (Online) [49] ve önceliklendirilmiş [50, 51] olmak üzere farklı türler için çalışmaların bulunduğu görülmektedir. Belirtilen uzantıları ele alan çok gezginli TP ve uygulamaları, EK 2’de toplu olarak verilmiştir. Kaynaklara bakıldığında hem TP hem de çok gezginli TP için en önemli uzantının, zaman pencereli TP olduğu anlaşılmıştır. TP ve uzantılarının, özellikle günümüzde önemi her geçen gün artan e-ticaret, sanal market, okul servislerinin öğrencileri toplama ve dağıtım rotaları, acil yardım lojistiği, ecza depolarından eczanelere ilaç dağıtımını, kargo dağıtımını, bozulabilir ürünlerin

dağıtımı veya toplanması gibi birçok gerçek hayat uygulamaları bulunmaktadır. Örneklenen uygulamaların çoğunda, depo sayısı birden fazla olarak ele alınmaktadır. Böylece, TP'nin zaman penceresi ve çok gezginli uzantısının yanı sıra çok depolu durumla da gerçek hayatta oldukça fazla karşılaşıldığı görülmektedir.

Rotalama problemlerinin kolay kullanımlı matematiksel modellerinin geliştirilmiş olması ile hem özel durumlara cevap veren ek kısıtlar modele kolay eklenebilmekte ve eniyi çözüm sonrası analizler yapma imkânı ortaya çıkmakta, hem de gerçek hayattaki çoğu problemin çözümleri paket programlarla doğrudan kolaylıkla bulunabilmektedir. Son yıllarda bilgisayar teknolojilerindeki gelişmeler, donanım ve yazılımdaki ucuzlamalar, kullanıcı odaklı matematiksel modellerin geliştirilmesi halinde büyük boyutlu problemlerin bile eniyi çözümlerinin doğrudan bulunabileceği örneklenmiştir. Sözgelimi Kara and Derya [52], 2015 yılında yaptıkları çalışmada 400 düğümlü zaman pencereci gezgin satıcı probleminin en kısa tur süresini, CPLEX 12.5.0.1 ile saniye mertebesinde bulmuşlardır. Bu gelişim, matematiksel modellerin gerçek hayatta yaygın olarak kullanılabilirliğini göstermektedir.

Yapılan araştırmalar sonucunda;

- Hem zaman pencereci TP hem de çok gezginli zaman pencereci TP için yapılmış çalışma sayısının çok az olduğu ve özellikle matematiksel model içeren çalışma sayısının her bir tür için bir iki tane olduğu görülmüştür.
- Zaman pencereci TP ve çok gezginli zaman pencereci TP için var olan matematiksel modeller incelendiğinde ise, var olan modellerle küçük boyutlu problemlerde bile süre sınırına takılarak eniyi çözümlere ulaşamadığı tespit edilmiştir.
- Kaynaklarda, hem zaman penceresi hem çok tamirci ve çok depo durumunu birlikte ele alan herhangi bir çalışma olmadığı anlaşılmıştır.

Yukarıda belirtilen tespitler ve bilişim teknolojilerinde ortaya çıkan gelişmeler, müşteri odaklı lojistik yönetimde özel bir rotalama problemi olan zaman pencereci TP ve uzantıları için matematiksel modeller geliştirmeye odaklanmanın yerinde olacağı düşüncesi, araştırmanın temel motivasyonunu oluşturmuştur.

Bu çerçevede çalışmanın amaçları şöyle sıralanmıştır;

- Zaman pencereci TP ve zaman pencereci TP'nin en önemli uzantıları olarak görülen çok gezginli zaman pencereci TP ve çok depolu zaman pencereci TP için kaynaklarda yer alan çözüm yaklaşımlarını ve geliştirilen matematiksel modelleri incelemek,

- Zaman pencereli TP, çok gezginli zaman pencereli TP ve üzerinde hiçbir çalışma yapılmamış olduğu görülen çok depolu zaman pencereli TP'nin eniyi çözümlerini bulmak için, paket programlarla doğrudan kullanılabilir, yeni matematiksel modeller geliştirmek,
- Çok depolu zaman pencereli TP için büyük boyutlu problemlerde yaklaşık çözümler bulabilmek için etkin bir sezgisel algoritma geliştirmek.

Belirtilen amaçlar doğrultusunda, tez çalışmasında öncelikle zaman pencereli TP (ZPTP) ele alınmıştır. Yapılan kaynak taramasında doğrudan bu problem için geliştirilmiş tek matematiksel model olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra, çok gezginli zaman pencereli TP (ÇZPTP) için yapılan bir çalışmada verilen matematiksel model tek gezgine dönüştürülmüş ve böylece kaynaklarda ZPTP için kullanılabilir iki matematiksel model olduğu tespit edilmiştir. ZPTP için tez çalışmamızda polinom sayıda kısıta ve karar değişkenine sahip dört yeni matematiksel model geliştirilmiştir. Var olan modeller ve geliştirilen modeller birlikte ele alınarak performanslarını karşılaştırmak için simetrik ve asimetric yapıdaki test problemleri CPLEX 12.5.0.1 paket programı kullanılarak çözülmüştür. Yapılan sayısal analizler CPU süreleri ve sapma oranları açısından incelenmiştir. Tüm modeller tarafından eniyi çözümleri bulunan simetrik problemler için ortalama CPU sürelerine bakıldığında, geliştirilen iki yeni matematiksel modelin çözüm sürelerinin ortalaması 0,09 civarında bulunmuş ve diğerlerinden oldukça üstün olduğu görülmüştür. Asimetrik problemlerde ise geliştirilen dört modelden üçü kullanılmaktadır. Sayısal analizler çözüm süreleri açısından incelendiğinde, ortalama 0,08 saniyede çözüm bulabilen yeni modelin diğerlerinden oldukça üstün olduğu gösterilmiştir. Sapma oranları yönüyle sonuçlar incelendiğinde, CPU sürelerinde olduğu gibi, belirtilen modellerin üstün olduğu görülmüştür.

Çalışmanın sonraki aşamasında, ÇZPTP üzerine odaklanılmıştır. Kaynaklar incelendiğinde, matematiksel model içeren iki çalışma bulunmuştur. İki matematiksel model arasında gözlemlenen tek fark ise, araçların hızlarına bağlı olarak birinin homojen, diğerinin ise heterojen duruma cevap verebiliyor olmasıdır. Bu bağlamda, tez çalışmasında ÇZPTP için polinom sayıda kısıta ve karar değişkenine sahip, homojen ÇZPTP için düğüm ve ayrıt tabanlı iki adet ve heterojen ÇZPTP için düğüm ve ayrıt tabanlı iki adet olmak üzere toplamda dört yeni matematiksel model geliştirilmiştir. Kaynaklarda var olan matematiksel modeller ve yeni geliştirilen modeller için, simetrik ve asimetric test problemleri kullanılarak farklı tamirci sayıları ile karşılaştırmalı sayısal analizler yapılmıştır. Tüm modeller tarafından eniyi çözümleri bulunan simetrik problemler için tüm tamirci sayıları



ele alınarak ortalama CPU sürelerine bakıldığında, homojen ÇZPTP için geliştirilen düğüm tabanlı modelin ortalama 0,37 saniyede çözüm bulması ile diğer modellere göre oldukça üstün olduğu görülmüştür. Aynı şekilde, heterojen ÇZPTP için geliştirilen düğüm tabanlı modelin ortalama 3 saniyede çözüm bulabilmesi ile diğer modellerden oldukça üstün olduğu sonucuna varılmıştır. Yapılan analizler sapma oranları yönüyle incelendiğinde, CPU sürelerinde olduğu gibi düğüm tabanlı modelin her iki durum içinde üstün olduğu görülmüştür. Asimetrik problemler çözüm süreleri açısından ele alındığında hem homojen hem heterojen durum için düğüm tabanlı modelin daha iyi performans gösterdiği anlaşılmıştır.

Son olarak, çok depolu zaman pencereli TP (DZPTP) ele alınarak kaynak taraması yapılmış, kaynaklarda bu konuda herhangi bir çalışma olmadığı görülmüştür. Zaman penceresini ele almayan çok depolu TP için yapılmış iki çalışma tespit edilmiştir. Bu çalışmalarda geliştirilmiş olan matematiksel modeller karar değişkenleri, parametreler ve kısıtlar yönüyle büyük ölçüde benzerlik gösterdiği için tek bir model olduğu söylenebilir. DZPTP için polinom sayıda kısıta ve polinom sayıda karar değişkenine sahip matematiksel model geliştirilmiştir. Ardından gerçek hayatta karşılaşılabilecek farklı durumlar göz önüne alınarak, geliştirilen matematiksel modelin belirlenen durumlara nasıl uyarlanabileceği belirtilmiştir. Daha sonra, kaynaklarda çok depolu zaman pencereli araç rotalama problemi için var olan test problemleri kullanılarak sayısal analizler yapılmıştır. Ayrıca matematiksel modellerin performansları farklı tamirci sayıları ve farklı depo sayıları için de analiz edilmiştir.

TP ve uzantıları NP-zor problem sınıfında yer aldığından dolayı, özellikle çok depo, çok tamirci ve zaman penceresi gibi üç farklı uzantıyı birlikte ele alan DZPTP için, büyük boyutlu problemlerde az sayıda tamirci ile matematiksel modeller kullanılarak makul sürelerde eniyi çözümü bulmak mümkün olmamaktadır. DZPTP için kaynaklara bakıldığında sezgisel yöntemler ile problemin çözümü üzerine yapılmış herhangi bir çalışma da bulunmamaktadır. Bu sebeple DZPTP için etkin bir metasezgisel algoritma geliştirmek hedeflenmiş, bu çerçevede Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme algoritmasına dayalı bir çözüm yaklaşımı geliştirilmiştir. Algoritmaya ilişkin parametre değerlerinin belirlenmesi amacıyla deney tasarımı uygulanmıştır. Geliştirilen algoritmanın etkinliğini görebilmek için sayısal analizler yapılmış ve eniyi değerden sapma oranı, değişim katsayısı ve çözüm zamanı ölçütleri kullanılarak algoritmanın etkinliği değerlendirilmiştir.

Altı bölümden oluşan bu çalışmanın ikinci bölümünde, ZPTP ele alınarak yapılan kaynak taraması sonucunda bulunan çalışmalar ayrıntılı olarak değinilmiştir. Daha sonra,

kaynaklarda mevcut olan ve yeni geliştirilen dört matematiksel model detaylı olarak açıklanmış ve modeller için kaynaklardaki test problemleri kullanılarak yapılan karşılaştırmalı sayısal analiz sonuçlarına yer verilmiştir.

Üçüncü bölümde, ÇZPTP için yapılan kaynak araştırması sonucunda elde edilen çalışmalar ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Kaynaklarda var olan iki matematiksel model ile yeni geliştirilmiş olan matematiksel modeller tanıtılmıştır. Modellerin performansları test problemleri kullanılarak incelenmiş ve sonuçlar sunulmuştur.

Dördüncü bölümde, DZPTP ele alınarak, kaynak taraması sonuçları özetlenmiştir. DZPTP için yeni geliştirilen matematiksel modeller detaylı olarak açıklanmış, ardından sayısal analizler yapılarak elde edilen sonuçlar verilmiştir.

Beşinci bölümde, DZPTP için geliştirilen Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme algoritmasına dayalı çözüm yaklaşımı ve yapılan deney tasarımı ayrıntılı olarak anlatılmıştır. Geliştirilen algoritmanın etkinliği, sayısal analizler ile desteklenerek incelenmiştir.

Tezin son bölümü olan sonuç ve öneriler kısmında ise, tez kapsamında yapılan çalışmalar değerlendirilerek, elde edilen sonuçlar özetlenmiştir. Bu konuda yapılabilecek gelecek çalışmalara da bu bölümde yer verilmiştir.

## 2. ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ

Bu bölümde zaman pencereli tamirci problemi (ZPTP) için kaynaklarda yapılan çalışmalara yer verilmiş ve ZPTP tanımı yapılarak genel özelliklerine değinilmiştir. Ardından, kaynaklarda var olan matematiksel modeller incelenmiş ve geliştirilen dört yeni matematiksel model ayrıntılı olarak tanıtılmıştır. Modellerin performansını görebilmek için kaynaklarda var olan simetrik ve asimetrik yapıdaki test problemleri, CPLEX 12.5.0.1 paket programı ile çözülmüş, sonrasında karşılaştırmalı sayısal analizler yapılarak sonuçlar değerlendirilmiştir.

### 2.1. Kaynak Taraması

Tamirci problemi (TP) için kaynaklar incelendiğinde, farklı uzantılarını ele alan çalışmaların yapıldığı görülmüştür. TP için yapılan kaynak taramasının yanı sıra, gerçek hayatta en çok karşılaşılan durumların başında gelen çok gezginli uzantısı ve bu uzantının farklı türleri için yapılan çalışmalar ayrıca incelenmiştir. Hem TP hem de çok gezginli TP ile ilgili kaynaklarda var olan çalışmalar tablolar halinde sırasıyla EK 1’de ve EK 2’de verilmiştir. Bu kesimde yalnızca ZPTP için yapılan kaynak taraması sonucunda bulunan çalışmalar üzerinde ayrıntılı olarak durulacaktır.

Kaynaklarda ZPTP için tespit edilen ilk yayın 1992 yılında Tsitsiklis [3] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada problemin özellikleri incelenerek NP-zor olduğu gösterilmiş, ancak matematiksel modellemeye yer verilmemiştir. Doğrudan ZPTP için matematiksel modelleme içeren ilk ve tek çalışma, 2010 yılında Heilporn et al. [10] tarafından sunulmuştur. Yapılan çalışmada ZPTP için iki matematiksel model geliştirilmiştir. Matematiksel modelin ilkinin sahip olduğu bir kısıt, müşteri sayısına bağlı olarak üstel sayıda artış göstermektedir. İkinci matematiksel model ise polinom sayıda karar değişkenine ve polinom sayıda kısıta sahiptir. Yazarlar, test problemlerini matematiksel modelle çözmek istemiş, ancak 3600 saniye süre sınırı vererek 15 müşterinin (düğümün) ötesine geçememiş, bu nedenle dal kesme algoritması ve sezgisel bir yaklaşım da önerilmiştir. Geliştirilen sezgisel algoritma ekleme ve değiştirme yöntemine dayanmaktadır. Algoritmaya ayrıca, tabu arama algoritmasının bir parçası olan tabu listesinin kullanılması özelliği de dahil edilmiştir. Bu amaçla, tabu listesinin kullanılmadığı ve tabu listesinin 20, 30 ve 50 olarak alındığı durumlar incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, tabu listesi 30 olarak kullanıldığında daha iyi sonuçlar elde edildiği gösterilmiştir.

TP'nin her bir müşterinin ziyaret edileceği zaman diliminin alt ve üst sınırlarının olduğu ve birden fazla tamircinin hizmet verdiği çok gezginli ZPTP (ÇZPTP) için kaynaklarda matematiksel model içeren iki çalışma bulunabilmektedir. Bu alanda matematiksel modelleme üzerine tespit edilmiş ilk çalışma, Van der Meer [30] tarafından 2000 yılında 'Operational control of Internal Transport' isimli doktora tezi kapsamında yapılmıştır. Van der Meer, tamirciler için özdeş araçlar kullanmış ve zaman diliminin yalnızca alt sınırını göz önüne almıştır. Çalışmada zaman penceresi ifadesi "hizmete başlama anı belirlenmiş" anlamında kullanılmıştır.

Kaynaklardaki ÇZPTP için matematiksel model içeren diğer yayın ise Bjelic et al. [33] tarafından 2013 yılında yapılan 'Variable neighborhood search algorithm for heterogeneous traveling repairmen problem with time windows' başlıklı çalışmadır. Bu çalışmada ele alınan matematiksel modelin Van der Meer [30] tarafından yapılan çalışmadaki model ile karar değişkenleri, parametreler, amaç fonksiyonu ve kısıtlar açısından aynı olduğu görülmüştür. Gözlemlenen tek fark ise tamirciler için homojen araçlar yerine heterojen araçların kullanılmasıdır. Burada belirtilen araçların heterojenliği hızların farklılığını ifade etmektedir. Heterojenlik durumu olmadığı düşünüldüğünde iki model arasında bir farklılık oluşmadığı görülmüştür. Çalışmada önerilen model ile yalnızca 13 düğümlü bir problem için örnek çözüm yapılmış, düğüm sayısının arttığı problemler için değişken komşu arama algoritmasına dayalı bir sezgisel algoritma önerilmiş ve farklı problem grupları için önerilen sezgiselin performans analizi yapılmıştır. Dolayısıyla, ÇZPTP için kaynaklarda temel olarak tek bir matematiksel model bulunmuştur. Van der Meer [36] tarafından homojen durum için geliştirilen model tamirci sayısı bir alınarak ve zaman penceresi için üst sınırın aşılmasını gerektirdiğini ifade eden kısıt eklenerek ZPTP'ye dönüştürülebilir. Tez kapsamında bu dönüşüm yapılarak, kaynaklarda yer alan ZPTP için kullanılabilecek ikinci bir model elde edilmiştir.

Yukarıdaki çalışmaların yanı sıra, TP ve ZPTP için Ban and Nguyen [20] tarafından 2019 yılında açgözlü rassal uyarlanabilir arama algoritması ve değişken komşu arama algoritmasına dayalı sezgisel algoritmalar geliştirilmiştir. Önerilen yaklaşım ile kaynaklarda var olan test problemleri kullanılarak sayısal analizler gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen algoritma ile TP için yapılan sayısal analizler sonucunda, 50 düğümlü problemlerde eniyi (optimum) çözümlere erişilebildiği gösterilmiştir. ZPTP için yapılan analizlerde ise Dumas et al. [53], Gendreau et al. [54] ve Solomon [55] tarafından geliştirilen test problemleri kullanılmıştır. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problemlerde, 100 düğüme kadar ve zaman penceresi 20 ile 40 genişliğinde olan problemler kullanılmış, Gendreau et al.

tarafından geliştirilen problemlerde ise, 80 düğüme kadar ve zaman penceresi 100 ile 120 genişliğinde olan problemler ele alınmıştır. İki grup problem kümesinde de her düğüm sayısı ve zaman penceresi için var olan beş problem verisi içerisinde yalnızca iki problem çözülmüştür. Düğüm sayısı 3 ile 44 arasında değişen Solomon tarafından geliştirilen problemler de analizlere dahil edilmiştir. ZPTP için elde edilen sonuçlar incelendiğinde, geliştirilen sezgisel yaklaşım kullanılarak ele alınan problemlerde uygun çözümler elde edilebildiği görülmüştür. Ancak kaynaklarda ZPTP için bilinen eniyi çözüm değeri bulunmadığından dolayı, elde edilen uygun çözüm değerleri ile eniyi değerler karşılaştırmalı analize tabi tutulmamıştır. Ayrıca, Ban [56] tarafından 2021 yılında yapılan bir çalışmada zaman pencereli dağıtıcı problemi için rassal değişken komşu azalış ve yinelemeli yerel arama algoritmaları ile tabu arama algoritmasının hibrit olarak kullanıldığı bir metasezgisel yöntem önerilmiştir. Geliştirilen yaklaşım için Dumas et al. [53] ile Gendreau et al. [54] tarafından geliştirilen test problemlerinin, Pentium 4 core i7 2.40 GHz 8 GB RAM özelliğine sahip bilgisayar kullanılarak sayısal analizleri yapılmıştır. Ele alınan problemler için kaynaklarda eniyi çözüm değerlerinin bilinmiyor olması sebebiyle, Ban and Nguyen [20] tarafından 2019 yılında yapılan çalışmadaki değerler baz alınarak algoritmanın performansı incelenmiştir. Sayısal analizler sonucunda, çözüm kalitesi açısından %3.3 civarında daha iyi sonuçların elde edildiği ancak çözüm zamanı açısından performansta iyileşme olmadığı, birçok problemde ise çözüm zamanında yükseliş olduğu görülmüştür.

## 2.2. Problemin Tanımı

Rotalama problemlerinde zaman penceresi, her düğümün (müşterinin) ziyaret edileceği zaman diliminin alt ve üst sınırları olarak tanımlanır. ZPTP,  $n$  müşteriye sahip bir serimde, tamircinin bir başlangıç düğümünden başladığı, her bir müşterinin belirlenmiş olan zaman penceresi aralığında ve yalnızca bir kez ziyaret edildiği, başlangıç noktasında veya verilen bir düğümde sona eren, toplam gecikmeyi enküçükleyen Hamilton turunu veya yolunu bulmaktır. ZPTP ilk olarak 1992’de tanımlanmış olup, problemin yapısı incelenerek NP-zor olduğu gösterilmiştir [3].

ZPTP’nin temel özellikleri ile, kaynaklarda var olan ve tez kapsamında geliştirilmiş olan matematiksel modeller için ortak kullanılan dizin kümeleri ve parametreler aşağıda verilmiştir.

### ZPTP’nin Temel Özellikleri

- Her müşteri yalnız bir kez ziyaret edilmelidir.

- Tamirci depo düğümünden yola çıkmalı ve herhangi bir düğümde ya da depo düğümünde seyahatini tamamlamalıdır.
- Her müşteri belirlenmiş olan zaman penceresi aralığında ziyaret edilmelidir. (Eğer tamirci zaman penceresinin alt sınırından önce düğüme ulaşırsa beklemelidir.)
- Tamircinin, zaman penceresinin alt sınırından önce müşteriye ulaşması durumunda ortaya çıkan bekleme maliyeti dikkate alınmamıştır.
- Tüm müşteriler için hizmet verme süresi sıfır olarak alınmıştır, dolayısıyla tüm müşteriler için ziyaret zamanı, hizmetin yerine getirildiği zamanı ifade etmektedir. Hizmet süresinin sıfırdan farklı olması durumunda, nasıl bir işlem yapılacağı bölüm sonunda açıklanmıştır.

### Dizin Kümeleri

$G = (V, A)$  yönlü veya yönsüz bir serim

$V = \{1, 2, \dots, n\}$  müşteriler kümesi

$\{0\}$  başlangıç düğümü (depo)

$A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$  ayrıtlar kümesi

### Parametreler

$c_{ij}$ :  $i$ . düğümden  $j$ . düğüme geçiş süresi

$a_i$ :  $i$ . düğümün en erken ziyaret zamanı (hizmetin tamamlanma zamanı)

$b_i$ :  $i$ . düğümün en geç ziyaret zamanı (hizmetin tamamlanma zamanı)

$c_{ij}$  simetrik ( $c_{ij} = c_{ji}$ ) veya asimetrik ( $c_{ij} \neq c_{ji}$ ) olabilir ve  $c_{ij}$  değerlerinin üçgen eşitsizliğini sağladığı varsayılmıştır. Tüm  $i$ 'ler için  $c_{ii} = 0$  olarak alınmıştır. Her müşteri için servis zamanı (gecikme) bulunurken üç farklı durum ortaya çıkabilir. Bu durumlar aşağıda belirtilmiştir.

- Eğer tamirci, müşterinin zaman penceresinin alt sınırından önce müşteriye ulaşmış ise, zaman penceresinin alt sınırı sağlanana kadar bekler ve müşterinin servis zamanı zaman penceresinin alt sınırı olarak alınır.
- Eğer tamirci, müşterinin zaman penceresinin alt ve üst sınırları arasında müşteriye ulaşmış ise, müşterinin servis zamanı tamircinin geldiği zaman olarak alınır.
- Tamircinin, müşterinin zaman penceresinin üst sınırından sonra müşteriye ulaşması istenmeyen bir durum olduğu için ve böyle bir çözüm uygun çözüm olmadığı için kısıtlar ile engellenir.

### Amaç ve Amaç Fonksiyonunun Oluşumu

Tamircinin izleyeceği turu veya yolu araştırırken amacın, yani amaç fonksiyonunun nasıl oluşturulacağı önemlidir. Burada, müşteri odaklı bir rotalama sözkonusu olduğundan, müşteri memnuniyeti esas olur ki bunun ölçümü de hizmet alana kadar olabildiğince az beklemesidir. Bir müşterinin hizmet için beklemeye başlaması, belirlenen zaman penceresinin alt sınırı itibariyle başlar. O halde,  $i$ . müşteri için hizmetin yerine getirildiği an  $(Hizmet)_i$  ve  $a_i$ 'den sonra bekleme süresi  $(Bekle)_i$  ile gösterilirse;

$$(Hizmet)_i = a_i + (Bekle)_i \quad (2.1)$$

(2.1) numaralı eşitlik yazılır.

Müşterilerin toplam bekleme sürelerini enküçüklemek (asgari yapmak) demek;

$$\sum_i (Bekle)_i = \sum_i [(Hizmet)_i - a_i] \quad (2.2)$$

(2.2) numaralı fonksiyonunu enküçükleyen çözümü bulmak demektir. Bu ifadenin sağ tarafında yer alan  $\sum_i a_i$  sabit bir değer olduğundan, toplam beklemeleri enküçükleyen çözüm ile, toplam hizmetin yerine getirilmesini enküçükleyen çözümler aynı olur. Bu nedenle, ZPTP'de  $(Hizmet)_i$   $i$ . müşteri için gecikme olarak tanımlanıp, amaç toplam gecikmeyi enküçüklemek şeklinde ifade edilmiştir.

### **2.3. Kaynaklardaki Matematiksel Modeller**

Bu kesimde, ZPTP için kaynaklarda var olan Heilporn et al. [10] ve Van der Meer [30] tarafından geliştirilmiş olan iki matematiksel model tanıtılacaktır.

#### **2.3.1. Heilporn et al. modeli**

Heilporn et al. [10] 2010 yılında ZPTP için polinom sayıda karar değişkeni ve polinom sayıda kısıta sahip olan matematiksel model geliştirmişlerdir. Bu modelin kaynaklarda tek gezginli ZPTP için paket programlar aracılığı ile direkt olarak çözüme ulaşılabilecek tek model olduğu görülmüştür. Bir önceki kısımda tanımları yapılan, dizin kümeleri ve parametrelerin yanı sıra, yeni tanımlanan karar değişkenleri ile matematiksel model aşağıda verilmiştir.

#### Karar değişkenleri

$\sigma_t$ :  $t$ . sıradaki düğümün servis zamanı

$\sigma_0$ : depo düğümünün servis zamanı

$$f_{jt} = \begin{cases} 1, \text{ eğer } j. \text{ düğüm } t. \text{ sırada ziyaret edilirse} \\ 0, \text{ diğer durumda} \end{cases}$$

$$w_{ij}^t = \begin{cases} 1, \text{ eğer } i. \text{ düğüm } (t-1). \text{ sırada ve } j. \text{ düğüm } t. \text{ sırada ziyaret edilirse} \\ 0, \text{ diğer durumda} \end{cases}$$

### Matematiksel model

$$\sigma_1 - \sigma_0 \geq \sum_{i,j \in V: i \neq j} c_{0j} w_{ji}^2 \quad (2.3)$$

$$\sigma_t - \sigma_{t-1} \geq \sum_{i,j \in V: i \neq j} c_{ij} w_{ij}^t \quad t = 2, \dots, n \quad (2.4)$$

$$a_0 \leq \sigma_0 \leq b_0 \quad (2.5)$$

$$\sigma_1 \geq \sum_{i,j \in V: i \neq j} a_j w_{ji}^2 \quad (2.6)$$

$$\sigma_1 \leq \sum_{i,j \in V: i \neq j} b_j w_{ji}^2 \quad (2.7)$$

$$\sigma_t \geq \sum_{i,j \in V: i \neq j} a_j w_{ij}^t \quad t = 2, \dots, n \quad (2.8)$$

$$\sigma_t \leq \sum_{i,j \in V: i \neq j} b_j w_{ij}^t \quad t = 2, \dots, n \quad (2.9)$$

$$\sum_{j \in V} f_{jt} = 1 \quad t \in V \quad (2.10)$$

$$\sum_{t=1}^n f_{jt} = 1 \quad j \in V \quad (2.11)$$

$$\sum_{i \in V} w_{ij}^t = f_{jt} \quad j \in V \quad t = 2, \dots, n \quad (2.12)$$

$$\sum_{i \in V} w_{ji}^t = f_{j,t-1} \quad j \in V \quad t = 2, \dots, n \quad (2.13)$$

$$f_{jt} \in \{0,1\} \quad j \in V \quad t = 1, \dots, n \quad (2.14)$$

$$w_{ij}^t \geq 0 \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad t = 2, \dots, n \quad (2.15)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{t=1}^n (\sigma_t - \sigma_0) \quad (2.16)$$

Yukarıdaki modelde (2.3) ve (2.4) numaralı kısıtlar çizelgeleme uygunluk kısıtlarıdır. (2.5), (2.6), (2.7), (2.8) ve (2.9) ile gösterilen kısıtlar zaman penceresi ile ilgili kısıtlardır. (2.10) ve (2.11) numaralı kısıtlar akış korunumunu sağlamaktadır. (2.12) ve (2.13) numaralı kısıtlar  $f_{jt}$  and  $w_{ij}^t$  karar değişkenleri arasındaki ilişkiyi sağlayan kısıtlardır. Amaç fonksiyonu ise toplam gecikmeyi hesaplamaktadır. Bu matematiksel model sayısal analizlerde kullanılmış olup M1 kodlaması ile gösterilmiştir. Heilporn et al. tarafından



geliştirilmiş olan matematiksel model  $n^2$  sayıda 0-1 tamsayı karar değişkeni ve  $2n^2+3n+1$  sayıda kısıta sahiptir.

### 2.3.2. Van Der Meer modeli

Van Der Meer [30] 2000 yılında yaptığı doktora tezi çalışmasında, homojen ÇZPTP için matematiksel model geliştirmiştir. Tez çalışması kapsamında, bu modelde tamirci sayısı bir alınıp zaman penceresi için üst sınırın aşılmaması gerektiğini ifade eden kısıt eklenerek, model tek gezginli ZPTP'ye dönüştürülmüştür. Ortak kullanılan dizin kümeleri ve parametrelerin yanı sıra, yapılan yeni tanımlar ile matematiksel model aşağıda sunulmuştur.

#### Dizin kümeleri

$$N = V \cup \{0, n + 1\}$$

$\{n + 1\}$  yapay bitiş düğümü

#### Parametre

$M$ : yeterince büyük pozitif bir sayı

#### Karar değişkenleri

$s_i$ :  $i$ . düğümün servis zamanı

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{eğer tamirci } i. \text{ düğümden } j. \text{ düğüme geçerse} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

#### Matematiksel model

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (2.17)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} - \sum_{j \in N} x_{ji} = 0 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (2.18)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = 1 \quad (2.19)$$

$$\sum_{i \in V} x_{in+1} = 1 \quad (2.20)$$

$$s_i - s_j + Mx_{ij} \leq M - c_{ij} \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (2.21)$$

$$s_0 - s_j + Mx_{0j} \leq M - c_{0j} \quad j \in V \quad (2.22)$$

$$s_i - s_{n+1} + Mx_{in+1} \leq M - c_{in+1} \quad i \in V \quad (2.23)$$

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (2.24)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (2.25)$$

$$s_0 = 0 \quad (2.26)$$

$$s_{n+1} \geq 0 \quad (2.27)$$

$$\sum_{j \in N} x_{n+1j} = 0 \quad (2.28)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i0} = 0 \quad (2.29)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i, j \in N \quad i \neq j \quad (2.30)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (2.31)$$

Bu modelde, (2.17) numaralı kısıt her düğümün bir defa ziyaret edilmesini sağlamaktadır. (2.18) ile ifade edilen kısıt bir düğüme giriş varsa çıkışında olmasını sağlar. (2.19) numaralı kısıt tamircinin depodan çıkışını, (2.20) numaralı kısıt ise tamircinin n+1. düğüm olan yapay depoya dönüşünü sağlamaktadır. Amaç fonksiyonunda n+1. düğüme geçiş süresi dahil edilmemiştir. (2.21), (2.22) ve (2.23) ile gösterilen kısıtlar alt tur engelleme kısıtlarıdır. (2.24) ve (2.25) numaralı kısıtlar zaman penceresi ile ilgili kısıtlar olup, (2.26) ve (2.27) numaralı kısıtlar tamircinin depodan ayrılma ve depoya dönme zamanı ile ilgilidir. (2.28) ve (2.29) ile gösterilen kısıtlar sırasıyla, yapay bitiş düğümünden çıkış yapılamayacağını ve depoya giriş yapılamayacağını garanti eder. Amaç fonksiyonu ise toplam gecikmeyi hesaplamaktadır. Bu matematiksel model sayısal analizlere dahil edilmiş ve M2 kodlaması kullanılarak simgelenmiştir. Van Der Meer tarafından geliştirilmiş olan matematiksel model  $n^2+n$  sayıda 0-1 tamsayıli karar değişkeni ve  $n^2+5n+6$  sayıda kısıta sahiptir.

#### 2.4. Yeni Matematiksel Modeller

Bu kısımda, ZPTP için geliştirilen üçü düğüm tabanlı, biri ayrıt tabanlı olmak üzere, tez kapsamında geliştirilen dört yeni matematiksel model tanıtılacaktır. Önceki bölümlerdeki ortak kullanılan dizin kümeleri ve parametreler, yeni matematiksel modeller için de geçerlidir.

### 2.4.1. Yeni matematiksel model-1: YM1

Yapılan çalışma kapsamında önerilen ilk matematiksel model, 2013 yılında Kara et al. [57] tarafından zaman pencereli GSP için geliştirilen model temel alınarak oluşturulmuştur. M2 modeli için tanımlanan  $s_i$  ve  $x_{ij}$  karar değişkenleri ve amaç fonksiyonu YM1 olarak kısaltılan birinci yeni modelde de kullanılmıştır.

#### Karar değişkenleri

$t_i$ :  $i$ . düğüme varış zamanı

#### Kısıtlar

M2 modelinde yer alan (2.24) ve (2.25) numaralı zaman penceresi kısıtlarının yanı sıra;

- Her düğüme bir giriş ve her düğümden bir çıkış olacağından;

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j = 0, \dots, n \quad i \neq j \quad (2.32)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad i = 0, \dots, n \quad i \neq j \quad (2.33)$$

kısıtları yazılır.

Önerme 1: Aşağıdaki eşitsizlikler ZPTP için geçerli eşitsizliklerdir.

$$t_i - c_{0i}x_{0i} \geq 0 \quad i \in V \quad (2.34)$$

$$t_i + (b_i - c_{0i})x_{0i} \leq b_i \quad i \in V \quad (2.35)$$

İspat: Eğer bir tamirci depodan  $i$ . düğüme gelmişse  $x_{0i} = 1$  olup, tamirci ilkin  $i$ . düğüme gitmiş demektir. Bu durumda, (2.34) numaralı kısıt  $t_i \geq c_{0i}$  haline, (2.35) numaralı kısıt  $t_i \leq c_{0i}$  haline gelir ki, buradan  $t_i = c_{0i}$  eşitliği elde edilir. Eğer  $i$ . düğüm ziyaret edilen ilk düğüm değilse,  $x_{0i} = 0$  olup, (2.34) numaralı kısıt  $t_i \geq 0$  ve (2.35) numaralı kısıt ise  $t_i \leq b_i$  olur ki zaman penceresi gereği bu sonuç doğrudur.

- Her düğümün servis zamanı, tamircinin düğüme varış zamanından büyük veya eşit olacağından;

$$s_i \geq t_i \quad i \in V \quad (2.36)$$

kısıtı yazılır.

Önerme 2: Aşağıdaki eşitsizlikler “Eğer  $x_{ij} = 1$  ise  $t_j = s_i + c_{ij}$  olmalıdır” koşulunu sağlar. Alt turlar engellenir.

$$s_i - t_j + (b_i - c_{0j} + c_{ij})x_{ij} \leq b_i - c_{0j} \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (2.37)$$

$$t_j - s_i + (b_j - a_i - c_{ij})x_{ij} \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (2.38)$$

İspat: Eğer  $x_{ij} = 1$  ve  $x_{ji} = 1$  olursa,  $i$  ve  $j$  arasında bir alt tur oluşur.  $x_{ij} = 1$  ve  $x_{ji} = 1$  olduğunda (2.37) ve (2.38) numaralı kısıtlardan  $t_j = s_i + c_{ij}$  ve  $t_i = s_j + c_{ji}$  elde edilir.  $c_{ij}$  ve  $c_{ji}$  hiçbir zaman sıfır olamayacağı için  $t_j > s_i$  ve  $t_i > s_j$  olur. (2.36) numaralı kısıt gereği  $s_i \geq t_i$  ve  $s_j \geq t_j$  olacağından  $x_{ij} = 1$  ve  $x_{ji} = 1$  aynı anda gerçekleşemez. O halde, (2.37) ve (2.38) numaralı kısıtlar iki düğüm arasında alt tur oluşumunu engeller. Bu duruma ek olarak  $i$  ve  $j$  düğümleriyle ilgili aşağıdaki üç farklı durum söz konusu olabilir:

- a)  $x_{ij} = 1, x_{ji} = 0$
- b)  $x_{ij} = 0, x_{ji} = 1$
- c)  $x_{ij} = 0, x_{ji} = 0$

İlk durum  $x_{ij} = 1$  ve  $x_{ji} = 0$  olduğu durumdur.  $x_{ij} = 1$  ise (2.37) numaralı kısıt  $t_j \geq s_i + c_{ij}$  ve (2.38) numaralı kısıt  $t_j \leq s_i + c_{ij}$  olur. Dolayısıyla,  $t_j = s_i + c_{ij}$  eşitliği elde edilir. (2.37) ve (2.38) numaralı kısıtlar  $t_j$ 'lerin sürekli artan değerler almasını sağlayacağı için ara düğümlerde de alt turların oluşması engellenir. İkinci durum için de aynı çıkarım geçerlidir. Son durum için  $x_{ij} = x_{ji} = 0$  olduğunda, (2.37) ve (2.38) numaralı kısıtlardan  $c_{0j} + a_i \leq b_i + b_j$  ve  $c_{0i} + a_j \leq b_i + b_j$  elde edilir.  $a_i \leq b_i, c_{0j} \leq b_j, a_j \leq b_j$  ve  $c_{0i} \leq b_i$  her zaman sağlanacağından dolayı  $x_{ij} = x_{ji} = 0$  olduğunda da bu kısıtlar geçerlidir.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

#### Matematiksel model

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (2.24)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (2.25)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j = 0, \dots, n \quad i \neq j \quad (2.32)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad i = 0, \dots, n \quad i \neq j \quad (2.33)$$

$$t_i - c_{0i}x_{0i} \geq 0 \quad i \in V \quad (2.34)$$

$$t_i + (b_i - c_{0i})x_{0i} \leq b_i \quad i \in V \quad (2.35)$$

$$s_i \geq t_i \quad i \in V \quad (2.36)$$

$$s_i - t_j + (b_i - c_{0j} + c_{ij})x_{ij} \leq b_i - c_{0j} \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (2.37)$$

$$t_j - s_i + (b_j - a_i - c_{ij})x_{ij} \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (2.38)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i, j = 0, \dots, n \quad i \neq j \quad (2.39)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (2.31)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup,  $n^2+n$  sayıda 0-1 tamsayıli karar değişkenine ve  $2n^2+5n+2$  sayıda kısıta sahiptir.

#### 2.4.2. Yeni matematiksel model-2: YM2

YM1’de yer alan (2.32) ve (2.33) numaralı kısıtlar  $x_{ij}$  karar değişkeninin tanımına bağlı olarak yazılan klasik atama kısıtlarıdır. Bunların dışındaki (2.34)-(2.38) numaralı kısıtlar modeli özgün kılan  $t_i$  ve  $s_i$  karar değişkenlerine bağlı olarak geliştirilen kısıtlardır. Problemden  $x_{ij}$  karar değişkeni ve klasik kısıtları koruyarak yeni tanımlanacak yardımcı karar değişkenleriyle, özgün kısıtları farklı yeni model geliştirmek mümkündür. Bu yaklaşımla geliştirilen yeni matematiksel model bu kesimde sunulmaktadır.

Yapılan çalışma kapsamında önerilen ikinci matematiksel model ayrıt tabanlı bir yapıya sahiptir. M2 modeli için tanımlanan  $\{n+1\}$  yapay bitiş düğümü, M parametresi ve  $x_{ij}$  karar değişkeni YM2 olarak kısaltılan ikinci yeni modelde de kullanılmıştır.

##### Karar değişkenleri

$y_{ij}$ : tamirci  $j$ . düğüme  $i$ . düğümden gelirse  $j$ . düğüme gelene kadar geçen süre

$w_i$ :  $i$ . düğüm için servise başlamadan önceki bekleme zamanı

##### Kısıtlar

M2 modelinde yer alan (2.19) numaralı tamircinin depodan çıkışını ifade eden kısıtın yanı sıra;

- Her düğüme bir giriş ve her düğümden bir çıkış olacağından YM1 modelindeki (2.32) ve (2.33) numaralı kısıtlar bu modelde;

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n + 1 \quad (2.40)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad (2.41)$$

olarak yeniden yazılır.

- İlk düğümün servis zamanı, depo ve ilk düğüm arasındaki süreye eşit veya büyük olacağından;

$$y_{0j} \geq c_{0j} x_{0j} \quad j \in V \quad (2.42)$$

kısıtı sağlanmalıdır.

Önerme 3: Aşağıdaki eşitsizlikler ZPTP için geçerli eşitsizliklerdir.

$$\sum_{i=0}^n y_{ij} + w_j \geq a_j \quad j \in V \quad (2.43)$$

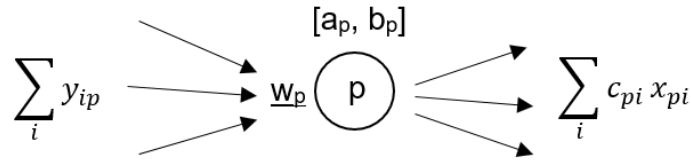
$$y_{ij} \leq b_j x_{ij} \quad i = 0, \dots, n \quad j \in V \quad (2.44)$$

İspat: (i,j) ayrıtı ya tur üzerinde olup  $x_{ij} = 1$ , ya da tur üzerinde olmayıp  $x_{ij} = 0$  değerini alır. Eğer i. düğümden j. düğüme geçiş varsa  $x_{ij} = 1$  olur. Bu durumda, (2.44) numaralı kısıt  $y_{ij} \leq b_j$  haline dönüşür ve (2.43) numaralı kısıt olan  $y_{ij} + w_j \geq a_j$  sağlanır. Eğer i. düğümden j. düğüme geçiş yoksa  $x_{ij} = 0$  olur. Bu durumda, (2.44) numaralı kısıt  $y_{ij} \leq 0$  haline dönüşür ki  $y_{ij} \geq 0$  olacağından,  $y_{ij} = 0$  değerini alır. Böylece iki durum için de bu eşitsizlikler geçerlidir.

Önerme 4: Aşağıdaki eşitsizlik ZPTP için geçerli olup, alt turlar engellenir.

$$\sum_{j=1}^{n+1} y_{ij} - \sum_{j=0}^n y_{ji} - \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} - w_i = 0 \quad i \in V \quad (2.45)$$

İspat: Serimdeki bir p düğüme herhangi bir i.düğümden gelinip, p düğümünden de herhangi bir düğüme geçişin olduğu durum Şekil 2.1.'de örneklenmiştir.



Şekil 2.1. p düğüme girişleri ve çıkışları gösteren bir örnek

Serimdeki herhangi bir i.düğümden p düğüme girişin olması, i.düğümden p.düğüme gelene kadar geçen süre ve eğer tamirci  $a_p$ 'den önce p.düğüme gelmiş ise p.düğüme için servise başlamadan önce bekleme süresi ortaya çıkacağından;

$$p.düğümden hizmet verilene kadar geçen süre = \sum_i y_{ip} + w_p$$

olarak yazılır. p düğümünden serimdeki herhangi bir i.düğüme geçiş için geçen süre;

$$\sum_i c_{pi} x_{pi} \text{ kadar olur.}$$

Bu durumda varış (geliş) için geçen toplam süre;

$$\sum_i y_{ip} + w_p + \sum_i c_{pi} x_{pi} = \sum_i y_{pi} \text{ olarak yazılır ve bu kısıtın geçerliliği sağlanmış olur.}$$

- Bitiş düğümü ve buraya gelinen düğüm ile ilgili karar değişkenlerinin arasındaki ilişkinin sağlanması gerektiğinden;

$$y_{in+1} \leq Mx_{in+1} \quad i \in V \quad (2.46)$$

olarak yazılır.

- Amaç fonksiyonunda toplam gecikme enküçükleneceğinden;

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n y_{ij} + \sum_{i=1}^n w_i \quad (2.47)$$

olarak yazılır.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

### Matematiksel model

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = 1 \quad (2.19)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n+1 \quad (2.40)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad (2.41)$$

$$y_{0j} \geq c_{0j}x_{0j} \quad j \in V \quad (2.42)$$

$$\sum_{i=0}^n y_{ij} + w_j \geq a_j \quad j \in V \quad i \neq j \quad (2.43)$$

$$y_{ij} \leq b_j x_{ij} \quad i = 0, \dots, n \quad j \in V \quad i \neq j \quad (2.44)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} y_{ij} - \sum_{j=0}^n y_{ji} - \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} - w_i = 0 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (2.45)$$

$$y_{in+1} \leq Mx_{in+1} \quad i \in V \quad (2.46)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i = 0, \dots, n \quad j = 1, \dots, n+1 \quad i \neq j \quad (2.48)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n y_{ij} + \sum_{i=1}^n w_i \quad (2.47)$$

Bu model ayrıt tabanlı bir yapıda olup,  $n^2$  sayıda 0-1 tamsayıli karar değişkenine ve  $n^2+6n+2$  sayıda kısıta sahiptir.

### **2.4.3. Yeni matematiksel model-3: YM3**

Yapılan çalışma kapsamında önerilen üçüncü matematiksel model, 1960 yılında Manne [58] tarafından çizelgeleme için geliştirilen model temel alınarak oluşturulmuştur. M2 modeli için tanımlanan M parametresi ve  $s_i$  karar değişkeni YM3 olarak kısaltılan

üçüncü yeni modelde de kullanılmış olup, M2 modeli için yazılan amaç fonksiyonu YM3 modeli için de geçerlidir.

### Karar değişkenleri

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{eğer } j. \text{ düğüm } i. \text{ düğümünden sonra ziyaret edilirse (hemen sonra olması zorunlu değil)} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

### Kısıtlar

M2 modelinde yer alan (2.24) ve (2.25) numaralı zaman penceresi kısıtlarının yanı sıra;

- Her düğümün servis zamanı, depo ve ilk düğüm arasındaki süreye eşit veya büyük olacağından;

$$s_i \geq c_{0i} \quad i \in V \quad (2.49)$$

olarak yazılır.

Önerme 5: Aşağıdaki eşitsizlikler ZPTP için geçerli eşitsizliklerdir.

$$s_j \geq s_i + c_{ij} - M(1 - z_{ij}) \quad i \neq j \quad i, j \in V \quad (2.50)$$

$$z_{ij} + z_{ji} = 1 \quad i \neq j \quad i, j \in V \quad (2.51)$$

İspat: 48 numaralı kısıtta verilen eşitsizlik rotalama problemlerinde kullanılan klasik Miller-Tucker-Zemlin alt tur engelleme kısıtlarını verir [59]. Böylece, alt turlar oluşmaz.  $z_{ij}$  değişkeninin tanımı gereği, her  $i$  ve  $j$  düğümleri ya  $i$ . ya da  $j$ . düğüm önce ziyaret edileceğinden, karşı gelen değişkenlerin toplamı 1 değerine eşit olur. Bu sebeple, (2.50) ve (2.51) numaralı kısıtlar ZPTP için geçerli eşitsizliklerdir.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

### Matematiksel model

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (2.24)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (2.25)$$

$$s_i \geq c_{0i} \quad i \in V \quad (2.49)$$

$$s_j \geq s_i + c_{ij} - M(1 - z_{ij}) \quad i \neq j \quad i, j \in V \quad (2.50)$$

$$z_{ij} + z_{ji} = 1 \quad i \neq j \quad i, j \in V \quad (2.51)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad i \neq j \quad i, j \in V \quad (2.52)$$

kısıtları altında



$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (2.31)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup,  $n^2$  sayıda 0-1 tamsayı karar değişkenine ve  $2n^2+2n$  sayıda kısıta sahiptir.

#### 2.4.4. Yeni matematiksel model-4: YM4

Yapılan çalışma kapsamında önerilen dördüncü matematiksel model, 2015 yılında Kara and Derya [52] tarafından zaman pencereci gezgin satıcı problemi için geliştirilen model temel alınarak oluşturulmuştur. Bu model düğüm tabanlı bir yapıya sahiptir ve geçiş süreleri matrisi simetrik yapıda olmalıdır. M2 modeli için tanımlanan parametre ve  $s_i$  karar değişkeni ile YM3 modelinde tanımlanan  $z_{ij}$  karar değişkeni YM4 olarak kısaltılan dördüncü yeni modelde de kullanılmıştır. M2 modeli için yazılan amaç fonksiyonu YM4 modeli için de geçerlidir.

##### Kısıtlar

M2 modelinde yer alan (2.24) ve (2.25) numaralı zaman penceresi kısıtları ve YM3 modelinde yer alan (2.49), (2.50) ve (2.52) numaralı kısıtların yanı sıra;

- $i$ . ve  $n+1$ . düğümün gecikmesi arasındaki fark, en az depo ile  $i$ . düğüm arasındaki süre kadar olması gerektiğinden;

$$s_{n+1} - s_i \geq c_{i0} \quad i \in V \quad (2.53)$$

olarak yazılır.

Önerme 6: Aşağıdaki eşitsizlikler ZPTP için geçerli eşitsizliklerdir.

$$s_j \geq s_i + c_{ij} - M(1 - z_{ij}) \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (2.50)$$

$$s_i - s_j + Mz_{ij} \geq c_{ij} \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (2.54)$$

İspat: (2.50) ve (2.54) numaralı kısıtlarda verilen eşitsizlikler zaman pencereci GSP için geçerli eşitsizliklerdir [16]. Düğümlerden depoya geçiş süresinin sıfıra eşit olduğu düşünüldüğünde, zaman pencereci GSP ve ZPTP için uygun çözüm kümeleri aynı olur. Bu sebeple, (2.50) ve (2.54) numaralı kısıtlar ZPTP için de geçerli eşitsizliklerdir.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

### Matematiksel model

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (2.24)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (2.25)$$

$$s_i \geq c_{0i} \quad i \in V \quad (2.49)$$

$$s_j \geq s_i + c_{ij} - M(1 - z_{ij}) \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (2.50)$$

$$s_{n+1} - s_i \geq c_{i0} \quad i = 1, \dots, n \quad (2.53)$$

$$s_i - s_j + Mz_{ij} \geq c_{ij} \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (2.54)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad i \neq j \quad i, j \in V \quad (2.52)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (2.31)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup,  $n^2+n$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkenine ve  $2n^2+6n+1$  sayıda kısıta sahiptir.

### Hizmet Süresi

Zaman penceresi kısıtı olmayan rotalama problemlerinde, j.düğümün hizmet süresinin ( $h_j$ ) sıfırdan farklı bir değer alması halinde, bu durum matematiksel modellere kolaylıkla yansıtılır. Eğer j.düğümüne herhangi bir i.düğümünden geliniyor ise, i.düğümünden j.düğümüne geçiş süresine ( $c_{ij}$ ), j.düğümün hizmet zamanı eklenerek ( $c_{ij}+h_i$ ) bu işlem gerçekleştirilir. Ancak zaman penceresi kısıtı olduğunda ve j.düğümüne  $a_j$ 'den önce varış gerçekleştiğinde, hizmete başlamak için bekleme zamanı meydana gelir, dolayısıyla  $c_{ij}+h_i$  eşitliği kullanılarak bu durum matematiksel modellere yansıtılamaz. Hizmet sürelerinin sıfırdan farklı değer alması durumunda, zaman penceresinin alt sınırı ve üst sınırı için yapılan  $a_i$  ve  $b_i$  tanımlamalarında ve bu parametrelerin hesaplanmasında düzenleme yapılması gerekir. Bu sebeple, hizmet sürelerinin olması halinde;

$a_i$ : i.düğümün hizmetinin tamamlanma zamanı olup, en erken ziyaret zamanına hizmet süresi eklenerek bulunur.

$b_i$ : i.düğümün hizmetinin tamamlanmasının en geç zamanı olup, en geç ziyaret zamanına hizmet süresi eklenerek bulunur.

## 2.5. Sayısal Analizler

Bu kesimde, ZPTP için kaynaklarda var olan iki matematiksel modelin ve geliştirilen dört yeni matematiksel modelin performanslarını karşılaştırmak için yapılan sayısal analizlere yer verilmiştir. Analizler için kaynaklarda var olan simetrik ve asimetrik yapıdaki test problemleri kullanılmıştır.

Simetrik yapıdaki ilk grup problemler Dumas et al. [53] tarafından hazırlanan 20 düğümden 200 düğüme kadar artış gösteren problemlerdir. Zaman penceresi genişliği ise, her grup içinde, 20'den 100'e kadar farklılaşmıştır. Problem gruplarının her biri 20, 40, 60, 80, 100, 150 ve 200 düğümlüdür ve zaman penceresi genişliği 20, 40, 60, 80 ve 100 olan verileri içermektedir. Her düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği eşlemeleri için 5 farklı problem bulunmaktadır.

Simetrik yapıdaki ikinci grup problemler ise Gendreau et al. [54] tarafından hazırlanmıştır. İçerik olarak bakıldığında, Dumas et al.'un geliştirmiş olduğu problem grupları ile verilerin aynı olduğu, yalnızca zaman penceresi genişliklerinin 120'den 200'e kadar farklılaştığı görülmüştür. Bu problemler de, her biri 20, 40, 60, 80 ve 100 düğümlü olup, zaman penceresi genişliği 120, 140, 160, 180 ve 200 olan verileri içermektedir. Her düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği eşlemeleri için 5 farklı problem bulunmaktadır.

Asimetrik yapıdaki problemler ise Ascheuer [60] tarafından hazırlanan 9 düğümden 232 düğüme kadar olan problemlerdir.

Analizler için, CPLEX 12.5.0.1 paket programı ve Intel Core i7-3630QM CPU (merkezi işlem birimi) 2.40 GHz ve 16 GB RAM özelliklerinde bilgisayar kullanılarak, tüm problemlerin eniyi çözümleri araştırılmıştır. Tüm çözümler için, CPU süresi üst sınırı 7200 saniye olarak alınmıştır. Sayısal analizlerde CPU süreleri ve doğrusal programlama gevşetme değerlerinin eniyi değerden oransal sapmaları temel alınmıştır. Simetrik yapıdaki problemlerde, 5 farklı problemi içeren her bir grup için ortalama CPU süreleri ve ortalama sapma oranları süre sınırı içinde eniyi değerleri elde edilen problemler için hesaplanmıştır. Sapma oranları hesaplanırken  $z_{lp}$  doğrusal programlama gevşetme değerini ve  $z_{opt}$  eniyi çözüm değerini ifade etmek üzere,  $100(z_{opt} - z_{lp}) / (z_{opt})$  formülasyonu kullanılmıştır. Matematiksel modellerde kullanılan M değeri için 100000 alınmıştır.

### 2.5.1. Simetrik problemler için ortalama CPU süreleri

Çalışma kapsamında geliştirilmiş olan bütün modeller için, Dumas et al. [53] ile Gendreau et al. [54] tarafından üretilen simetrik yapıdaki problemler kullanılarak, öncelikle

CPU sürelerinin incelenmesi amacıyla sayısal analizler yapılmıştır. Analizler sonucunda, her düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği için 5 adet problemi içeren gruplarda ortalama CPU süreleri bulunurken, süre sınırı içerisinde en az bir problem için bile eniyi çözüme ulaşılmadı ise ortalama değerler hesaplanmamıştır. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problem grupları için elde edilen ortalama CPU süreleri Tablo 2.1.'de verilmiştir. Aynı problem grubunda, her düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği eşlemelerinde 5 farklı problem için bulunan eniyi çözüm değerleri ve CPU süreleri ise EK 3'te verilmiştir.

Tablo 2.1. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemler için ortalama CPU süreleri (sn)

<b>Düğüm Sayısı</b>	<b>Zaman Penceresi Genişliği</b>	<b>M1</b>	<b>M2</b>	<b>YM1</b>	<b>YM2</b>	<b>YM3</b>	<b>YM4</b>
20	20	45,13	0,056	0,052	0,87	0,018	0,024
20	40	394,882	0,178	0,246	4,00	0,038	0,038
20	60	176,086	1,552	4,44	7,972	0,09	0,104
20	80	504,492	30,744	68,456	37,144	0,104	0,15
20	100	372,632	272,786	1151,604	61,714	0,194	0,18
40	20	-	0,41	0,777	43,197	0,067	0,063
40	40	-	48,172	88,402	-	0,138	0,15
40	60	-	-	-	-	6,614	8,952
40	80	-	-	-	-	1,472	1,334
40	100	-	-	-	-	42,778	36,166
60	20	-	3,47	17,01	-	0,113	0,073
60	40	-	-	-	-	3,822	3,096
60	60	-	-	-	-	10,43	11,614
60*	80	-	-	-	-	1094,4	1361,7
80	20	-	-	-	-	0,203	0,223
80*	40	-	-	-	-	48,388	70,544
80*	60	-	-	-	-	542,28	809,40
100	20	-	-	-	-	0,325	0,235
100*	40	-	-	-	-	788,893	1011,666
150*	20	-	-	-	-	935,29	1085,6

Tablo 2.1.'deki sonuçlar incelendiğinde M1 modelinin 20 düğümlü problemlerde eniyi çözümlere ulaştığı, M2 ve YM1 modellerinin zaman penceresi 40 genişliğinde 40 düğüme kadar ve zaman penceresi 20 genişliğinde 60 düğümlü problemlerde eniyi çözümleri bulunduğu görülmüştür. YM2 modeli zaman penceresi 20 genişliğinde 40 düğüme kadar olan problemlerin eniyi çözümlerini elde etmiştir. YM3 ve YM4 modelleri ise, 20 ve 40 düğümlü problemlerde belirlenen süre sınırı içerisinde eniyi çözümleri bulmuş, 60 düğümlü problemlerde zaman penceresi 80 genişliğine kadar, 80 düğümlü problemlerde zaman penceresi 60 genişliğine kadar ve 100 düğümlü problemlerde ise zaman penceresi 40 genişliğine kadar olan problemlerde eniyi çözümlere erişebilmişlerdir. Bu modeller ile, 150 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olanların çözülebildiği görülmüştür. Ortalama CPU sürelerine bakıldığında YM3 ve YM4 modelleri arasında çoğu problemde önemli bir farklılık bulunmamakla birlikte, ilk sütunda işaretli (\*) problemlerde YM3 modeli daha iyi performans göstermiştir. Sonuç olarak, YM3 ve YM4 modellerinin simetrik problemler için yapılan sayısal analizler sonucunda ortalama CPU süreleri açısından diğer modellere göre oldukça üstün olduğu belirlenmiştir.

Tablo 2.1.'de görüldüğü gibi zaman penceresi genişliği ile CPU süreleri arasında doğrusal bir ilişki vardır. Zaman penceresi genişliği arttıkça problemlerin her model için çözüm süreleri de genel olarak artmaktadır.

Kaynaklardaki en güncel çalışmalardan biri olan Ban [56] tarafından yapılan çalışmada, ZPTP için geliştirilen metasezgisel algoritma 10 defa çalıştırılarak elde edilen ortalama değerler ve 10 deneme sonucunda bulunan eniyi değerler verilmiştir. Ban [56] tarafından önerilen algoritma için bulunan ortalama değerler ile YM3 ve YM4 modelleri için yapılan sayısal analizler sonucunda elde edilen değerler, çözüm kalitesi ve çözüm zamanı yönüyle karşılaştırılmış ve EK 4'te sunulmuştur. Ban [56] tarafından ele alınan problemlerde, yapılan 10 deneme sonucunda elde edilen ortalama değerlerin, YM3 ve YM4 modelleri ile bulunan eniyi çözüm değerlerini yakaladığı problemler koyu renk ile gösterilmiştir. Düğüm sayısı 60 olan problemlerden itibaren, Ban [56] tarafından bulunan ortalama değerlerin hiçbir problemde eniyi çözüm değerleri ile örtüşmediği ve önemli sapmaların ortaya çıktığı görülmüştür.

İkinci simetrik problem grubu olan Gendreau et al. [54] tarafından geliştirilen problemler için analizler yalnızca YM3 ve YM4 modelleri için yapılarak, elde edilen ortalama CPU süreleri Tablo 2.2.'de verilmiştir.

Tablo 2.2. Gendreau et al. tarafından geliştirilen problemlerde YM3 ve YM4 için ortalama CPU süreleri (sn)

<b>Düğüm Sayısı</b>	<b>Zaman Penceresi Genişliği</b>	<b>YM3</b>	<b>YM4</b>
20	120	0,884	0,63
20	140	0,878	0,654
20	160	0,922	0,842
20	180	1,76	1,476
20	200	8,468	6,142
40	120	190,374	433,65

Tablo 2.2.’deki sonuçlar incelendiğinde YM3 ve YM4 modellerinin zaman penceresi 120 genişliğinde 40 düğüme kadar olan problemlerin eniyi çözümlerini elde ettikleri görülmüştür. Düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği arttıkça YM3 ve YM4 modelleri süre sınırına takılarak eniyi çözüme ulaşamamışlardır. Zaman penceresi 120 genişliğinde 40 düğümlü problemlerde YM3, diğer problemlerde ise YM4 modelinin ortalama CPU süresi açısından daha iyi performans gösterdiği görülmüştür. Gendreau et al. [54] tarafından geliştirilen problemlerin her biri için eniyi çözüm değerleri ve CPU süreleri EK 5’te verilmiştir.

Gendreau et al. [54] tarafından geliştirilen problemler için de Ban [56] tarafından önerilen metasezgisel algoritmadan elde edilen ortalama değerler ile YM3 ve YM4 modelleri için yapılan sayısal analizler sonucunda elde edilen eniyi çözüm değerleri, çözüm kalitesi ve çözüm zamanı yönüyle karşılaştırılmış ve EK 6’da verilmiştir. Ban [56] tarafından önerilen metasezgisel algoritma YM3 ve YM4 modelleri ile elde edilen eniyi çözüm değerlerini çoğu problemde yakalamış olup bu problemler koyu renk ile gösterilmiştir.

### **2.5.2. Simetrik problemler için sapma oranları**

Çözümü araştırılan simetrik yapıdaki problemler için CPU sürelerinin yanı sıra sapma oranları da hesaplanarak, sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ortalama sapma oranları için 5 adet problem grubunda süre sınırı içerisinde en az bir problem için eniyi çözüme ulaşılmadı ise, ortalama değerler hesaplanmamıştır. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problem grupları için elde edilen ortalama sapma oranları Tablo 2.3.’te verilmiştir.

Tablo 2.3. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerde tüm modeller için ortalama sapma oranları

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	M1	M2	YM1	YM2	YM3	YM4
20	20	0,070	0,002	0,002	0,069	0,001	0,001
20	40	0,103	0,054	0,059	0,103	0,016	0,016
20	60	0,131	0,099	0,110	0,131	0,056	0,056
20	80	0,203	0,163	0,158	0,195	0,086	0,084
20	100	0,228	0,206	0,208	0,254	0,157	0,157
40	20	-	0,027	0,026	0,047	0,007	0,007
40	40	-	0,056	0,057	-	0,019	0,019
40	60	-	-	-	-	0,053	0,053
40	80	-	-	-	-	0,071	0,071
40	100	-	-	-	-	0,113	0,113
60	20	-	0,024	0,025	-	0,004	0,004
60	40	-	-	-	-	0,022	0,021
60	60	-	-	-	-	0,042	0,042
60	80	-	-	-	-	0,078	0,079
80	20	-	-	-	-	0,005	0,005
80	40	-	-	-	-	0,022	0,021
80	60	-	-	-	-	0,032	0,033
100	20	-	-	-	-	0,005	0,005
100	40	-	-	-	-	0,019	0,019
150	20	-	-	-	-	0,006	0,006

\*Sapma oranı =  $100 (z_{opt} - z_{lp}) / (z_{opt})$

Tablo 2.3.'teki değerler incelendiğinde, ortalama sapma oranları için de çözüm sürelerine benzer sonuçlar görülmüştür. YM3 ve YM4 modelleri diğer modellere göre, sapma oranları açısından da oldukça üstün olup, YM3 ve YM4 modelleri arasında önemli bir fark bulunmamaktadır. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problemlerin her biri için hesaplanan sapma oranları EK 7'de verilmiştir. İkinci simetrik problem grubu olan Gendreau

et al. [54] tarafından geliştirilen problemler için ortalama sapma oranlarına bakılmış, ortalama sapma oranlarının iki matematiksel model için de aynı olduğu görülmüştür.

### 2.5.3. Asimetrik problemler için ortalama CPU süreleri

Çalışma kapsamında ele alınan YM4 modeli dışındaki diğer modellerle Ascheuer [60] tarafından geliştirilen asimetrik problemler çözülerek, CPU süreleri Tablo 2.4.'te verilmiştir.

Tablo 2.4. Asimetrik Problemlerde CPU Süreleri (sn)

Problem	Eniyi Değer	M1	M2	YM1	YM2	YM3
rbg010a	12985	0,38	0,05	0,03	0,05	0,02
rbg016a	17637	7,39	0,22	0,41	4,20	0,09
rbg016b	18460	61,94	0,19	0,28	15,52	0,11
rbg017.2	19622	8,88	0,22	0,63	21,28	0,13
rbg017a	60649	10,53	-	-	-	0,66
rbg019a	24095	71,67	0,05	0,08	3,78	0,06
rbg019b	23685	57,77	0,23	0,25	8,61	0,11
rbg019d	32415	281,77	-	-	-	0,11
rbg020a	76982	63,39	-	-	-	0,23
rbg027a	111438	-	-	-	-	69,61
rbg031a	45617	-	-	-	-	0,17
rbg033a	54519	-	-	-	-	0,33
rbg034a	62262	-	-	-	-	31,88
rbg035a	56223	-	-	-	-	0,22
rbg038a	143353	-	-	-	-	2,52
rbg040a	142675	-	-	-	-	2,41
rbg041a	74523	-	-	-	-	266,00
rbg050a	322954	-	-	-	-	2,66
rbg055a	224756	-	-	-	-	564,59
rbg067a	431619	-	-	-	-	826,47
rbg086a	928080	-	-	-	-	0,73
rbg132	1311155	-	-	-	-	226,58



Tablo 2.4.'teki veriler incelendiğinde, M1 modelinin rbg020a problemine kadar yani 20 düğüme kadar eniyi çözüme ulaşabildiği, M2, YM1 ve YM2 modellerinin ise benzer bir performans göstererek rbg019b problemine kadar yani 19 düğüme kadar eniyi çözümlere ulaşabildikleri görülmüştür. M2, YM1 ve YM2 modelleri, 17 düğüme sahip olan rbg017a problemi dışında, rbg019b problemine kadar, eniyi çözümleri bulabilmişlerdir. Sonraki problemlerde ise süre sınırına takılarak eniyi çözümlere ulaşamamışlardır. YM3 modeli ise diğer modellere göre oldukça üstünlük göstererek 131 düğüme sahip rbg132a problemine kadar tüm problemlerde eniyi çözümlere ulaşabilmiştir. Sonuç olarak, YM3 modeli asimetrik yapıdaki problemler için de CPU süreleri temelinde diğer modellere göre oldukça önemli düzeyde üstünlük sağlamıştır.

#### 2.5.4. Asimetrik problemler için sapma oranları

Ele alınan asimetrik yapıdaki problemler için de, CPU sürelerinin yanı sıra, sapma oranları da hesaplanmış ve bu değerler Tablo 2.5.'te verilmiştir.

Tablo 2.5. Asimetrik Problemlerde Sapma Oranları

Problem	Eniyi Değer	M1	M2	YM1	YM2	YM3
rbg010a	12985	0	0	0	0	0
rbg016a	17637	0,038	0,038	0,038	0,038	0,037
rbg016b	18460	0,033	0,033	0,033	0,033	0,024
rbg017.2	19622	0,021	0,021	0,021	0,021	0,021
rbg017a	60649	0,113	-	-	-	0,067
rbg019a	24095	0,006	0,006	0,006	0,006	0,006
rbg019b	23685	0,030	0,030	0,030	0,030	0,027
rbg019d	32415	0,010	-	-	-	0,008
rbg020a	76982	0,014	-	-	-	0,026
rbg027a	111438	-	-	-	-	0,104
rbg031a	45617	-	-	-	-	0,011
rbg033a	54519	-	-	-	-	0,015
rbg034a	62262	-	-	-	-	0,027
rbg035a	56223	-	-	-	-	0,015
rbg038a	143353	-	-	-	-	0,009

Tablo 2.5. devam ediyor.

rbg040a	142675	-	-	-	-	0,009
rbg041a	74523	-	-	-	-	0,036
rbg050a	322954	-	-	-	-	0,004
rbg055a	224756	-	-	-	-	0,010
rbg067a	431619	-	-	-	-	0,005
rbg086a	928080	-	-	-	-	0,001
rbg132	1311155	-	-	-	-	0.003

\*Sapma oranı =  $100 (z_{opt} - z_{lp}) / (z_{opt})$

Tablo 2.5.'teki değerler incelendiğinde, sapma oranları için de CPU sürelerine benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlara göre YM3 modelinin diğer modellere göre oldukça üstün olduğu söylenebilir.

## 2.6. Değerlendirme

Bu bölümde, ZPTP için tez kapsamında geliştirilen  $O(n^2)$  büyüklüğünde 0-1 tamsayılı karar değişkenine ve  $O(n^2)$  büyüklüğünde kısıta sahip dört adet karma tamsayılı doğrusal karar modeli sunulmuştur. Kaynaklarda var olan modellerin ve yeni geliştirilen modellerin performansları, simetrik ve asimetrik yapıdaki test problemleri kullanılarak hem CPU süreleri hem de sapma oranları yönüyle karşılaştırılmıştır.

Simetrik yapıdaki test problemleri için yapılan sayısal analizler sonucunda, kaynaklardaki M1 ve M2 modelleriyle yeni geliştirilen YM1 ve YM2 olarak isimlendirilen modeller, 40 düğüme kadar küçük zaman penceresi genişliğindeki problemlerde eniyi çözümleri bulabilmişlerdir. Yanı sıra, 60 düğümlü problemlerde de zaman penceresi genişliği 20 olduğunda eniyi çözümlere erişebildikleri görülmüştür. Yeni geliştirilen YM3 ve YM4 olarak isimlendirilen modellerin, ortalama CPU süreleri ve sapma oranları açısından birbirine çok benzer performanslar gösterdiği; Dumas et al.'un geliştirdiği simetrik problemler için 150 düğüme kadar, Gendreau et al.'un geliştirdiği simetrik problemler için ise zaman penceresi 120 genişliğinde 40 düğüme kadar saniye mertebesinde eniyi çözüme ulaştıkları gözlenmiştir. Dolayısıyla, simetrik problemlerde, YM3 ve YM4 olarak isimlendirilen iki yeni modelin, kaynaklarda var olan her iki modelden ve yeni geliştirilmiş

olan diğer iki modelden çözülebilen problem boyutunun yanı sıra, ortalama CPU süreleri ve sapma oranları yönüyle çok daha üstün olduğu belirlenmiştir.

Modellerin asimetrik yapıdaki test problemleri için sayısal analizleri yapıldığında ise, M1, M2, YM1 ve YM2 modellerinin 20 düğümlü problemlere kadar eniyi çözümlere erişebildiği; YM3 modelinin 131 düğüme kadar olan problemlerin eniyi çözümünü bulabildiği görülmüştür. Böylece, YM3 modelinin ele alınan diğer modellere göre, asimetrik problemlerde de çok daha üstün olduğu anlaşılmıştır.

Kaynaklarda doğrudan ZPTP için matematiksel modelleme içeren ilk ve tek çalışma, 2010 yılında Heilporn et al. [10] tarafından sunulmuş olup, matematiksel model ile 15 düğüme kadar olan problemlerin çözümü bulunabilmiştir. Yazarlar, matematiksel modelin yanı sıra geliştirmiş oldukları dal-kesme yöntemi ile 67 düğüme kadar olan problemler çözülebilmıştır. Ayrıca, TP ve ZPTP için Ban and Nguyen [20] tarafından 2019 yılında önerilen açgözlü rassal uyarlamalı arama algoritması ve değişken komşu arama algoritmasına dayalı sezgisel algoritma kullanılarak, TP için 50 düğümlü problemlere kadar eniyi çözümler elde edilebilmiştir. ZPTP için ele alınan Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problemlerden elde edilen sonuçlara bakıldığında, yalnızca 20 düğümlü problemlerin bazılarında eniyi çözümlere erişilebildiği, düğüm sayısı arttıkça sapmaların ortaya çıktığı görülmüştür. 80 düğüme kadar ve zaman penceresi 100 ile 120 genişliğinde olan Gendreau et al. tarafından geliştirilen problemler için elde edilen sonuçlara bakıldığında ise, hiçbir problemde eniyi çözümlere ulaşamadığı anlaşılmaktadır.

Ban [56] tarafından 2021 yılında yapılan çalışmada ise ZPTP için rassal değişken komşu azalış ve yinelemeli yerel arama algoritmaları ile tabu arama algoritmasının hibrit olarak kullanıldığı bir metasezgisel yöntem geliştirilerek Dumas et al. [53] ile Gendreau et al. [54] problemleri ile sayısal analizleri yapılmıştır. Geliştirilen metasezgisel algoritma 10 defa çalıştırılarak elde edilen ortalama değerler ve 10 deneme sonucunda bulunan eniyi değerler verilmiştir. Eniyi çözüm değerleri kaynaklarda yer almadığı için, bulunan sonuçlar Ban and Nguyen [20] tarafından yapılan çalışmadaki değerler ile karşılaştırılarak algoritmanın performansı incelenmiştir. Çözüm kalitesi açısından daha iyi sonuçlar elde edilmekle birlikte çözüm sürelerinde bir iyileşme olmamıştır. Tez çalışmasında elde edilen eniyi çözüm değerleri ile Ban [56] tarafından elde edilen ortalama değerler karşılaştırıldığında, ele alınan her iki problem grubu için, 20 ve 40 düğümlü problemlerde bile, Ban [56] tarafından verilen ortalama değerlerde eniyi çözümden sapmaların ortaya çıktığı görülmüştür. Dumas et al. [53] tarafından üretilen problemlerde ise 60 ve daha fazla düğüm sayısına sahip hiçbir problemde eniyi çözümler yakalanamamıştır. Tez kapsamında

önerilen matematiksel modeller ile 150 düğüme kadar olan problemlerin eniyi çözümlerine saniye mertebesinde erişilebildiği, geliştirilen modellerin var olan sezgisellere göre çok kısa sürede büyük boyutlu problemlerin eniyi çözümlerini bulabildiği görülmüştür.

Sonuç olarak, önerilen yeni YM3 ve YM4 modellerinin çoğu gerçek hayat problemlerinde doğrudan kullanılabilceği, YM3 ve YM4'ün ZPTP için önerilecek yeni sezgisellerin performans analizleri için de bilimsel bir araç oldukları söylenebilir. Bu sonuçların yanı sıra, YM1 ve YM2 modellerinin de problemin çok gezginli uzantısına daha kolay uyarlanabilir bir yapısı bulunmaktadır. YM1 ve YM2 de bu avantaja sahip modellerdir.

İzleyen bölümde, tamirci probleminin bir diğer uzantısı olan çok gezginli durum ele alınıp, kaynaklarda var olan modeller verilerek homojen ve heterojen durum için geliştirilen yeni matematiksel modeller açıklanacaktır.

### 3. ÇOK GEZGİNLİ ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ

Bu bölümde çok gezginli zaman pencereci tamirci problemi (ÇZPTP) için kaynaklarda var olan çalışmalara değinilmiş ve ÇZPTP tanımlanarak genel özellikleri belirtilmiştir. Ardından, kaynaklarda homojen ve heterojen ÇZPTP için önerilen matematiksel modeller incelenmiş ve homojen ÇZPTP için iki adet ve heterojen ÇZPTP için iki adet olmak üzere geliştirilen dört yeni matematiksel model detaylı olarak açıklanmıştır. Modellerin performansı görebilmek için kaynaklarda var olan simetrik ve asimetrik yapıdaki test problemleri, CPLEX 12.5.0.1 paket programı ile çözülmüş, sonrasında karşılaştırmalı sayısal analizler yapılarak sonuçlar değerlendirilmiştir.

#### 3.1. Kaynak Taraması

Tamirci problemi (TP) ve uzantıları için kaynak taraması yapıldığında, gerçek hayat uygulamalarında en yaygın kullanım alanına sahip olan uzantısının çok gezginli durum olduğu görülmüştür. Giriş bölümünde, hem TP hem de çok gezginli TP için var olan çalışmalar incelenmiş ve sırasıyla EK 1 ile EK 2’de tablolar halinde verilmiştir. Bu kesimde yalnızca ÇZPTP için yapılan kaynak araştırması sonucunda bulunan çalışmalar üzerinde ayrıntılı olarak durulacaktır.

TP, NP-zor bir problem türüdür [7]. Bu nedenle TP ve uzantıları için çözüm yöntemleri genellikle kesin çözüm veren yöntemler ya da sezgiseller üzerine yoğunlaşmıştır [9, 21, 44]. ÇZPTP de TP’nin bir uzantısı olduğu için NP-zor sınıfta yer almaktadır. Bundan dolayı ÇZPTP için matematiksel modelleme üzerine yapılan çalışmaların oldukça az olduğu görülmektedir. ÇZPTP için kaynaklarda matematiksel model içeren ilk çalışma, 2000 yılında Van Der Meer [30] tarafından doktora tezi olarak yapılmıştır. Bu çalışmada tamirciler için özdeş araçlar kullanılmış olup zaman diliminin yalnızca alt sınırı ele alınmış, zaman penceresi ifadesi “hizmete başlama anı belirlenmiş” anlamında kullanılmıştır. Özdeş araçların ele alınması sebebiyle, kaynaklardaki ilk çalışmanın homojen ÇZPTP için yapıldığı söylenebilir.

Kaynaklardaki matematiksel model içeren diğer yayın ise 2013 yılında Bjelic et al. [33] tarafından yapılan çalışmadır. Burada önerilen matematiksel modelin Van der Meer tarafından 2000 yılında yapılan çalışmadaki model ile karar değişkenleri, parametreler, amaç fonksiyonu ve kısıtlar açısından aynı olduğu görülmüştür. Gözlemlenen tek fark, tamirciler için homojen araçlar yerine heterojen araçların kullanılmasıdır. Yazarlar, çalışmada

önerdikleri matematiksel modelde araçların hızlarının farklı olmasından kaynaklanan heterojenlik durumunu ele almışlardır. Araçların heterojenliği hızların farklılığı anlamına gelmekte ve bu durum müşteriler arası seyahat sürelerinin araca bağlı olmasını beraberinde getirmektedir. Bjelic et al. [33]'ün çalışması, ÇZPTP için matematiksel modelleme geliştirilen ikinci yayın olup, heterojen durum için yapılmış olan ilk çalışmadır. Bu anlamda kaynaklardaki ikinci çalışmanın heterojen ÇZPTP için yapıldığı görülmektedir. Yazarlar, önerilen model ile yalnızca 13 düğümlü bir problem için örnek çözüm yapmış, düğüm sayısının arttığı problemler için değişken komşu arama algoritmasına dayalı bir sezgisel algoritma önermişlerdir. Önerilen sezgiselin farklı problem grupları için performans analizi de yapılmıştır.

Kaynaklarda ÇZPTP için iki fazlı yerel arama algoritması [34], genetik algoritma [32] ve komşu arama algoritması ile genetik algoritmanın hibrit kullanımı [36] gibi sezgisel algoritmalar da geliştirilmiştir. Kesin çözüm veren yöntemlerden biri olan dal-fiyat algoritmasının da ÇZPTP için uygulanmış olduğu kaynaklarda görülmektedir [35].

### **3.2. Problemin Tanımı**

ÇZPTP, her bir müşterinin ziyaret edileceği zaman diliminin alt ve üst sınırlarının olduğu ve birden fazla tamircinin hizmet verdiği TP olarak tanımlanmaktadır. ÇZPTP,  $n$  müşteriye sahip bir serimde,  $k$  adet tamircinin (aracın) aynı depodan yola çıktığı, her müşterinin ziyaret edileceği zaman diliminin alt ve üst sınırlarının olduğu ve her müşterinin talebinin yalnız bir tamirci tarafından karşılandığı, başlangıç noktasında veya verilen bir düğümde sona eren, toplam gecikmeyi enküçükleyen,  $k$  adet Hamilton turunu veya yolunu bulmaktır.

ÇZPTP'nin temel özellikleri ile, kaynaklarda var olan ve tez kapsamında geliştirilmiş olan matematiksel modeller için ortak kullanılan dizin kümeleri ve parametreler aşağıda verilmiştir.

#### ÇZPTP'nin Temel Özellikleri

- Her müşteri yalnız bir kez ziyaret edilmelidir.
- Her tamirci depo düğümünden yola çıkmalı ve depo düğümünde (bazı özel durumlarda herhangi bir düğümde) seyahatini tamamlamalıdır.
- Her müşteri belirlenmiş olan zaman penceresi aralığında ziyaret edilmeli, tamirci zaman penceresinin alt sınırından önce düğüme ulaşırsa beklemelidir.

- Tamircinin, zaman penceresinin alt sınırından önce müşteriye ulaşması durumunda ortaya çıkan bekleme maliyeti dikkate alınmamıştır.
- Amaç toplam gecikmeyi en küçük yapacak şekilde, tamirci sayısı kadar ( $k$  tane) turu (özel durumlarda yolu) bulmaktır.
- Tüm müşteriler için hizmet verme süresi sıfır olarak alınmıştır, dolayısıyla tüm müşteriler için ziyaret zamanı, hizmetin yerine getirildiği zamanı ifade etmektedir. Hizmet süresinin sıfırdan farklı olması durumunda yapılacak işlem, bir önceki bölümde ZPTP için açıklandığı gibidir.

#### Dizin Kümeleri

$G = (V, A)$  yönlü veya yönsüz bir serim

$V = \{1, 2, \dots, n\}$  müşteriler kümesi

$\{0\}$  başlangıç düğümü (depo)

$A = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$  ayrıtlar kümesi

#### Parametreler

$c_{ij}$ :  $i$ . düğümden  $j$ . düğüme geçiş süresi

$a_i$ :  $i$ . düğümün en erken ziyaret zamanı (hizmetin tamamlanma zamanı)

$b_i$ :  $i$ . düğümün en geç ziyaret zamanı (hizmetin tamamlanma zamanı)

$k$ : tamirci (araç) sayısı

$c_{ij}$  simetrik ( $c_{ij} = c_{ji}$ ) veya asimetrik ( $c_{ij} \neq c_{ji}$ ) olabilir ve  $c_{ij}$  değerlerinin üçgen eşitsizliğini sağladığı varsayılmıştır. Tüm  $i$ 'ler için  $c_{ii} = 0$  olarak alınmıştır. Bir önceki bölümde ZPTP için açıklaması yapılan, her müşteri için servis zamanı (gecikme) bulunurken ortaya çıkabilecek durumlar ve amaç fonksiyonunun oluşumu, ÇZPTP için de aynı şekilde ifade edilmektedir.

### **3.3. Kaynaklardaki Matematiksel Modeller**

Bu kesimde, ÇZPTP için kaynaklarda var olan homojen durumu ele alan Van Der Meer [30] tarafından geliştirilmiş olan matematiksel model ile heterojen durumu ele alan Bjelic et al. [33] tarafından geliştirilmiş olan iki matematiksel model tanıtılacaktır. Ortak kullanılan dizin kümeleri ve parametreler, bu kısımda tanıtılacak olan matematiksel modeller için de geçerlidir.

### 3.3.1. Van Der Meer modeli

Van Der Meer [36] 2000 yılında yaptığı doktora tezi çalışmasında, homojen ÇZPTP için matematiksel model geliştirmiştir. Tez çalışması kapsamında, bu modele zaman penceresi için üst sınırın aşılmaması gerektiğini ifade eden kısıt eklenerek, yapılan yeni tanımlar ile matematiksel model aşağıda sunulmuştur.

#### Dizin kümeleri

$$N = V \cup \{0, n + 1\}$$

$\{n + 1\}$  yapay bitiş düğümü

$K = \{1, \dots, k\}$  tamirci (araç) kümesi

#### Parametre

$M$ : yeterince büyük pozitif bir sayı

#### Karar değişkenleri

$s_i$ :  $i$ . düğümün servis zamanı

$s_0^k$ :  $k$  tamircisinin depodan çıkış zamanı

$s_{n+1}^k$ :  $k$  tamircisinin depoya dönüş zamanı

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{eğer } k \text{ tamircisi } i. \text{ düğümden } j. \text{ düğüme geçerse} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

#### Matematiksel model

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ij}^k = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (3.1)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{ji}^k = 0 \quad i \in V \quad k \in K \quad i \neq j \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j}^k = 1 \quad k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{in+1}^k = 1 \quad k \in K \quad (3.4)$$

$$s_i - s_j + Mx_{ij}^k \leq M - c_{ij} \quad i, j \in V \quad k \in K \quad i \neq j \quad (3.5)$$

$$s_0^k - s_j + Mx_{0j}^k \leq M - c_{0j} \quad j \in V \quad k \in K \quad (3.6)$$

$$s_i - s_{n+1}^k + Mx_{in+1}^k \leq M - c_{in+1} \quad i \in V \quad k \in K \quad (3.7)$$

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (3.8)$$



$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (3.9)$$

$$s_0^k = 0 \quad k \in K \quad (3.10)$$

$$s_{n+1}^k \geq 0 \quad k \in K \quad (3.11)$$

$$\sum_{j \in N} x_{n+1j}^k = 0 \quad k \in K \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in N} x_{i0}^k = 0 \quad k \in K \quad (3.13)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i \in V \quad j \in N \quad i \neq j \quad k \in K \quad (3.14)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (3.15)$$

Bu modeldeki (3.8) ve (3.9) numaralı zaman penceresi kısıtlarıyla (3.15) numaralı amaç fonksiyonu, bir önceki bölümde ZPTP için kaynaklarda var olan modeller içerisinde yer alan M2 modeli ile aynıdır. Modeldeki kısıtlardan (3.1) ile gösterilen kısıt her düğümün bir tamirci tarafından bir defa ziyaret edilmesini sağlamaktadır. (3.2) numaralı kısıt bir düğüme bir tamirci tarafından giriş varsa çıkışında olmasını garanti eder. (3.3) numaralı kısıt tamircilerin depodan çıkışını, (3.4) numaralı kısıt ise tamircilerin n+1. düğüm olan yapay depoya dönüşünü sağlar. Amaç fonksiyonunda n+1. düğüme geçiş süresi dahil edilmemiştir. (3.5), (3.6) ve (3.7) numaralı kısıtlar alt tur engelleme kısıtlarıdır. (3.10) ve (3.11) numaralı kısıtlar, her tamircinin depodan ayrılış ve depoya dönüş zamanıyla ilgilidir. (3.12) ve (3.13) ile ifade edilen kısıtlar her tamirci için yapay bitiş düğümünden çıkış yapılamayacağını ve depoya giriş yapılamayacağını garanti eder. Modelin orijinalinde zaman penceresinin üst sınırı ele alınmamakla birlikte, bu çalışmada zaman penceresinin alt ve üst sınırları birlikte ele alınmıştır. Bu matematiksel model sayısal analizlerde kullanılmış olup M3 kodlaması ile simgelenmiştir. Van der Meer tarafından ÇZPTP için geliştirilmiş olan bu model,  $kn^2+2kn+3n+6k$  sayıda kısıta ve  $kn^2+kn$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkenine sahiptir.

### 3.3.2. Bjelic et al. Modeli

Bjelic et al. [33] 2013 yılında yaptıkları çalışmada, heterojen ÇZPTP için matematiksel model geliştirmişlerdir. M3 modeli için geçerli olan dizin kümeleri, parametre ve karar değişkenleri bu model için de kullanılmış olup, yapılan yeni tanımlar ile matematiksel model aşağıda sunulmuştur.

## Parametreler

$c_{ij}^k$ :  $k$  tamircisinin  $i$ . düğümden  $j$ . düğüme geçiş süresi

$v_k$ :  $k$  tamircisinin hızı

$c_{ij}^k = (c_{ij}/v_k)$  formülasyonu ile hesaplanmış,  $v_k = 1 + 0.1(k - 1)$  eşitliği ile bulunmuştur.

## Matematiksel model

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ij}^k = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (3.1)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{ji}^k = 0 \quad i \in V \quad k \in K \quad i \neq j \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j}^k \leq 1 \quad k \in K \quad (3.16)$$

$$\sum_{i \in V} x_{in+1}^k \leq 1 \quad k \in K \quad (3.17)$$

$$s_i - s_j + Mx_{ij}^k \leq M - c_{ij}^k \quad i, j \in V \quad k \in K \quad i \neq j \quad (3.18)$$

$$s_0^k - s_j + Mx_{0j}^k \leq M - c_{0j}^k \quad j \in V \quad k \in K \quad (3.19)$$

$$s_i - s_{n+1}^k + Mx_{in+1}^k \leq M - c_{in+1}^k \quad k \in K \quad i \in V \quad (3.20)$$

$$a_i - s_i \leq M(1 - \sum_{j \in V \cup \{0\}} x_{ji}^k) \quad i \in V \quad k \in K \quad (3.21)$$

$$s_0^k \geq 0 \quad k \in K \quad (3.22)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (3.9)$$

$$s_{n+1}^k \geq 0 \quad k \in K \quad (3.11)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{n+1j}^k = 0 \quad (3.23)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{i0}^k = 0 \quad (3.24)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i \in V \quad j \in N \quad i \neq j \quad k \in K \quad (3.14)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (3.15)$$

Bu modeldeki (3.1), (3.2), (3.9), (3.11) ve (3.14) numaralı kısıtlar ile (3.15) numaralı amaç fonksiyonu bir önceki M3 modelinde yer almaktadır. Modeldeki (3.16) numaralı kısıt tamircilerin depodan çıkışını, (3.17) numaralı kısıt ise tamircilerin  $n+1$ . düğüm olan yapay depoya dönüşünü sağlar. Amaç fonksiyonunda  $n+1$ . düğüme geçiş süresi dahil edilmemiştir. (3.18), (3.19) ve (3.20) numaralı kısıtlar alt tur engelleme kısıtlarıdır. (3.21) ile gösterilen

kısıt ise zaman penceresinin alt sınırı ile ilgilidir. (3.22) numaralı kısıt tamircilerin depodan ayrılma zamanları ile ilgilidir. (3.23) ve (3.24) numaralı kısıtlar tamircilerin yapay bitiş düğümünden çıkış yapamayacağını ve depoya giriş yapamayacağını garanti eder. Bu matematiksel model sayısal analizlere dahil edilmiş olup M4 kodlaması ile gösterilmiştir. Bjelic et al. tarafından geliştirilmiş olan bu model  $kn^2+kn$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkeni ve  $kn^2+3kn+2k+2n+2$  sayıda kısıta sahiptir.

### 3.4. Yeni Matematiksel Modeller

Bu kısımda, homojen ÇZPTP için iki adet ve heterojen ÇZPTP için iki adet olmak üzere geliştirilen dört yeni matematiksel model tanıtılacaktır. Ortak kullanılan dizin kümeleri ve parametreler bu kısımda tanıtılacak olan matematiksel modeller için geçerlidir.

#### 3.4.1. Homojen durum için yeni matematiksel model-1: kYM1Hom

Yapılan çalışma kapsamında homojen ÇZPTP için önerilen ilk matematiksel model, 2013 yılında Kara et al. [57] tarafından zaman pencereli GSP için geliştirilen model temel alınarak oluşturulmuştur. Bir önceki bölümde ZPTP için yeni geliştirilen YM1 modelinin ÇZPTP'ye dönüştürülmesi ile elde edilmiştir. M3 modelindeki  $s_i$  karar değişkeni ve amaç fonksiyonu bu modelde de kullanılmıştır.

#### Karar değişkenleri

$t_i$ :  $i$ . düğüme varış zamanı

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{eğer tamirci } i. \text{ düğümden } j. \text{ düğüme geçerse} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

#### Kısıtlar

- Her müşteri için bir giriş ve bir çıkış olacağından YM1 modelinde yer alan (2.32) ve (2.33) numaralı kısıtlar bu modelde;

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (3.35)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (3.26)$$

olarak yeniden yazılır.

- k adet tamirci depodan çıkıp yine k adet tamirci depoya dönüş yapacağından;

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = k \quad (3.27)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = k \quad (3.28)$$

olarak yazılır.

ÇZPTP için kaynaklarda var olan M3 modelindeki (3.8) ve (3.9) numaralı kısıtlar kYMIHom olarak kısaltılan yeni model için de geçerlidir. Yanı sıra, bir önceki bölümde, ZPTP için geliştirilen (2.34)-(2.39) numaralı kısıtlar bu problem için de geçerli olup, aşağıda (3.31)-(3.36) ile kodlanmıştır.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

#### Matematiksel model

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j \in V \quad (3.25)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad (3.26)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = k \quad (3.27)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i0} = k \quad (3.28)$$

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (3.8)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (3.9)$$

$$t_i - c_{0i}x_{0i} \geq 0 \quad i \in V \quad (3.31)$$

$$t_i + (b_i - c_{0i})x_{0i} \leq b_i \quad i \in V \quad (3.32)$$

$$s_i \geq t_i \quad i \in V \quad (3.33)$$

$$s_i - t_j + (b_i - c_{0j} + c_{ij})x_{ij} \leq b_i - c_{0j} \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (3.34)$$

$$t_j - s_i + (b_j - a_i - c_{ij})x_{ij} \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (3.35)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i, j = 0, \dots, n \quad i \neq j \quad (3.36)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (3.15)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup,  $2n^2+5n+2$  sayıda kısıta ve  $n^2+n$  sayıda 0-1 tamsayı karar değişkenine sahiptir.

### 3.4.2. Homojen ÇZPTP için yeni matematiksel model-2: kYM2Hom

Yapılan çalışma kapsamında homojen ÇZPTP için önerilen ikinci matematiksel model, bir önceki bölümde ZPTP için yeni geliştirilen YM2 modelinin ÇZPTP'ye dönüştürülmesi ile elde edilmiştir. M3 modelindeki  $\{n+1\}$  yapay bitiş düğümü, M parametresi ve kYM1Hom modelindeki  $x_{ij}$  karar değişkeni bu modelde de kullanılmıştır.

#### Karar değişkenleri

$y_{ij}$ : tamirci  $j$ . düğüme  $i$ . düğümden gelirse  $j$ . düğüme gelene kadar geçen süre

$w_i$ :  $i$ . düğüm için servise başlamadan önceki bekleme zamanı

#### Kısıtlar

- $k$  adet tamirci yapay bitiş düğümüne dönüş yapacağından;

$$\sum_{i=1}^n x_{in+1} = k \quad (3.37)$$

olarak yazılır.

ÇZPTP için geliştirilmiş olan kYM1Hom modelindeki (3.25) ve (3.27) numaralı kısıtlar kYM2Hom olarak kısaltılan yeni model için de geçerlidir. Yanı sıra, bir önceki bölümde, ZPTP için geliştirilen (2.41), (2.42), (2.43), (2.44), (2.45), (2.46) ve (2.48) numaralı kısıtlar ile (2.47) numaralı amaç fonksiyonu bu problem için de geçerli olup, aşağıda (3.38)-(3.45) ile kodlanmıştır.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

#### Matematiksel model

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j \in V \quad (3.25)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{0j} = k \quad (3.27)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{in+1} = k \quad (3.37)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad (3.38)$$

$$y_{0j} \geq c_{0j} x_{0j} \quad j \in V \quad (3.39)$$

$$\sum_{i=0}^n y_{ij} + w_j \geq a_j \quad j \in V \quad i \neq j \quad (3.40)$$

$$y_{ij} \leq b_j x_{ij} \quad i = 0, \dots, n \quad j \in V \quad i \neq j \quad (3.41)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} y_{ij} - \sum_{j=0}^n y_{ji} - \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} - w_i = 0 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (3.42)$$

$$y_{in+1} \leq M x_{in+1} \quad i \in V \quad (3.43)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i = 0, \dots, n \quad j = 1, \dots, n+1 \quad i \neq j \quad (3.44)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n y_{ij} + \sum_{i=1}^n w_i \quad (3.45)$$

Bu model ayrı tabanlı bir yapıda olup,  $2n^2+6n+2$  sayıda kısıta ve  $n^2$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkenine sahiptir.

### 3.4.3. Heterojen ÇZPTP için yeni matematiksel model-1: kYM1Het

Bu kısımda, heterojen ÇZPTP için geliştirilen ilk matematiksel model verilmiştir. Bu model, homojen ÇZPTP için geliştirilen kYM1Hom modelinin heterojene dönüştürülmesi ile elde edilmiştir. M3 modelindeki  $\{n+1\}$  yapay bitiş düğümü, K kümesi,  $s_i$  ve  $x_{ij}^k$  karar değişkenleri ve amaç fonksiyonu ile M4 modelindeki parametreler bu modelde de kullanılmıştır.

Karar değişkenleri

$t_i^k$ :  $k$  tamircisinin  $i$ . düğüme varış zamanı

Kısıtlar

- Her müşteri için bir giriş ve bir çıkış olacağından;

$$\sum_{k \in K} \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (3.46)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij}^k = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (3.47)$$

kısıtları yazılır.

- Bir düğüme bir tamirci giriş yaptıysa çıkış da yapması gerektiğinden;

$$\sum_{k \in K} \sum_j x_{ij}^k - \sum_{k \in K} \sum_l x_{li}^k = 0 \quad i \in V \quad (3.48)$$

kısıtı modele eklenir.

- $i$ .düğüm  $k$  tamircisi tarafından ziyaret edilen ilk düğüm ise varış zamanının  $c_{0i}^k$  değerine eşit olması, eğer ilk düğüm değilse zaman penceresinin üst sınırından küçük olması gerektiğinden;

$$t_i^k - c_{0i}^k x_{0i}^k \geq 0 \quad i \in V \quad k \in K \quad (3.49)$$

$$t_i^k + (b_i - c_{0i}^k) x_{0i}^k \leq b_i \quad i \in V \quad k \in K \quad (3.50)$$

kısıtları yazılır.

- Alt turların engellenmesi gerektiğinden;

$$s_i - \sum_k t_j^k + \sum_k (b_i + c_{ij}^k) x_{ij}^k \leq b_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad k \in K \quad (3.51)$$

$$\sum_k t_j^k - s_i + \sum_k (b_j - a_i - c_{ij}^k) x_{ij}^k \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad k \in K \quad (3.52)$$

olarak yazılır.

ÇZPTP için kaynaklarda var olan M3 modelindeki (3.3), (3.4), (3.8) ve (3.9) numaralı kısıtlar kYM1Het olarak kısaltılan yeni model için de geçerlidir.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

#### Matematiksel model

$$\sum_j x_{0j}^k = 1 \quad k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_i x_{in+1}^k = 1 \quad k \in K \quad (3.4)$$

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (3.8)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (3.9)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (3.46)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij}^k = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (3.47)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_j x_{ij}^k - \sum_{k \in K} \sum_l x_{li}^k = 0 \quad i \in V \quad (3.48)$$

$$t_i^k - c_{0i}^k x_{0i}^k \geq 0 \quad i \in V \quad k \in K \quad (3.49)$$

$$t_i^k + (b_i - c_{0i}^k) x_{0i}^k \leq b_i \quad i \in V \quad k \in K \quad (3.50)$$

$$s_i - \sum_k t_j^k + \sum_k (b_i + c_{ij}^k) x_{ij}^k \leq b_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad k \in K \quad (3.51)$$

$$\sum_k t_j^k - s_i + \sum_k (b_j - a_i - c_{ij}^k) x_{ij}^k \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad k \in K \quad (3.52)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i \in V \quad j = 1, \dots, n+1 \quad i \neq j \quad k \in K \quad (3.53)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (3.15)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup  $kn^2$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkenine ve  $2kn^2 - 2k + 5n$  sayıda kısıta sahiptir.

### 3.4.4. Heterojen ÇZPTP için yeni matematiksel model-2: kYM2Het

Bu kısımda, heterojen ÇZPTP için geliştirilen ikinci matematiksel model verilmiştir. Bu model, homojen ÇZPTP için geliştirilen kYM2Hom modelinin heterojene dönüştürülmesi ile elde edilmiştir. M3 modelindeki  $\{n+1\}$  yapay bitiş düğümü, K kümesi, M parametresi ve  $x_{ij}^k$  karar değişkeni kYM2Hom modelindeki  $y_{ij}$  karar değişkeni ve amaç fonksiyonu ile M4 modelindeki parametreler bu modelde de kullanılmıştır.

#### Karar değişkenleri

$w_i^k$ : k tamircisinin i. düğüm için servise başlamadan önceki bekleme zamanı

#### Kısıtlar

- k tamircisi tarafından ziyaret edilen ilk düğümün servis zamanı, depo ve ilk düğüm arasındaki süreye eşit veya büyük olacağından;

$$y_{0j} \geq \sum_{k \in K} c_{0j}^k x_{0j}^k \quad j \in V \quad (3.54)$$

olarak yazılır.

- Her müşteri zaman penceresi aralığında ziyaret edileceğinden;

$$\sum_{i=0}^n y_{ij} + \sum_{k \in K} w_j^k \geq a_j \quad j \in V \quad (3.55)$$

$$y_{ij} \leq \sum_{k \in K} b_j x_{ij}^k \quad i = 0, \dots, n \quad j \in V \quad i \neq j \quad (3.56)$$

kısıtları modele eklenir.

- Alt turların engellenmesi gerektiğinden;

$$\sum_{j=1}^{n+1} y_{ij} - \sum_{j=0}^n y_{ji} - \sum_{k \in K} \sum_{j=1}^n c_{ij}^k x_{ij}^k - \sum_{k \in K} w_i^k = 0 \quad i \in V \quad (3.57)$$

kısıtı yazılır.

- Bitiş düğümü ve buraya gelen düğüm ile ilgili karar değişkenlerinin arasındaki ilişkinin sağlanması gerektiğinden;

$$y_{in+1} \leq M \sum_{k \in K} x_{in+1}^k \quad i \in V \quad (3.58)$$

olarak yazılır.

- Bir düğüme k tamircisi tarafından giriş olduysa yine k tamircisi tarafından çıkış olacağından;

$$\sum_{j=0}^n x_{ij}^k = \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij}^k \quad i \in V \quad k \in K \quad (3.59)$$

kısıtı yazılır.



- Amaç fonksiyonunda toplam gecikme enküçükleneceğinden;

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n y_{ij} + \sum_{k \in K} \sum_{i=1}^n w_i^k \quad (3.60)$$

olarak yazılır.

ÇZPTP için kaynaklarda var olan M3 modelindeki (3.3) ve (3.4) numaralı kısıtlar ile ÇZPTP için geliştirilen kYM1Het modelindeki (3.46) ve (3.47) numaralı kısıtlar kYM2Het olarak yeni model için de geçerlidir.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

#### Matematiksel model

$$\sum_{j=1}^n x_{0j}^k = 1 \quad k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{in+1}^k = 1 \quad k \in K \quad (3.4)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (3.46)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij}^k = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (3.47)$$

$$y_{0j} \geq \sum_{k \in K} c_{0j}^k x_{0j}^k \quad j \in V \quad (3.54)$$

$$\sum_{i=0}^n y_{ij} + \sum_{k \in K} w_j^k \geq a_j \quad j \in V \quad (3.55)$$

$$y_{ij} \leq \sum_{k \in K} b_j x_{ij}^k \quad i = 0, \dots, n \quad j \in V \quad i \neq j \quad (3.56)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} y_{ij} - \sum_{j=0}^n y_{ji} - \sum_{k \in K} \sum_{j=1}^n c_{ij}^k x_{ij}^k - \sum_{k \in K} w_i^k = 0 \quad i \in V \quad (3.57)$$

$$y_{in+1} \leq M \sum_{k \in K} x_{in+1}^k \quad i \in V \quad (3.58)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij}^k = \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij}^k \quad i \in V \quad k \in K \quad (3.59)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i = 0, \dots, n \quad j = 1, \dots, n+1 \quad k \in K \quad i \neq j \quad (3.61)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n y_{ij} + \sum_{k \in K} \sum_{i=1}^n w_i^k \quad (3.60)$$

Bu model ayrıt tabanlı bir yapıda olup,  $kn^2+kn+k$  sayıda 0-1 tamsayıli karar değişkenine ve  $n^2+6n+kn+2k$  sayıda kısıta sahiptir.

### 3.5. Simetrik Problemler için Sayısal Analizler

Bu kesimde, homojen ÇZPTP ve heterojen ÇZPTP için kaynaklarda var olan iki matematiksel modelin ve homojen ÇZPTP için iki adet ve heterojen ÇZPTP için iki adet olmak üzere geliştirilen toplam dört yeni matematiksel model için simetrik problemler ile yapılan sayısal analizlere yer verilmiştir. ZPTP için yapılan sayısal analizlerde ele alınmış olan, Dumas et al. [53] ile Gendreau et al. [54] tarafından hazırlanan simetrik yapıdaki test problemleri kullanılarak modellerin performansı incelenmiştir.

Yapılan analizlerde  $k=2$ ,  $k=3$ ,  $k=4$  ve  $k=5$  olmak üzere dört farklı tamirci sayısı ele alınmıştır. CPLEX 12.5.0.1 paket programı ve Intel Core i7-3630QM CPU 2.40 GHz ve 16 GB RAM özelliklerinde bilgisayar kullanılarak tüm problemlerin eniyi çözümleri araştırılmıştır. Tüm çözümler için, CPU süresi üst sınırı 7200 saniye olarak alınmıştır. Modeller, CPU süreleri ve doğrusal programlama gevşetme değerlerinin eniyi değerden oransal sapmaları temel alınarak incelenmiştir. 5 farklı problemi içeren her bir grup için ortalama CPU süreleri ve ortalama sapma oranları süre sınırı içinde eniyi değerleri elde edilen problemler için hesaplanmıştır. Her düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği için 5 adet problemi içeren gruplarda ortalama CPU süreleri ve ortalama sapma oranları bulunurken, süre sınırı içerisinde en az bir problem için bile eniyi çözüme ulaşılmadı ise ortalama değerler hesaplanmamıştır. Sapma oranları hesaplanırken  $z_{lp}$  doğrusal programlama gevşetme değerini ve  $z_{opt}$  eniyi çözüm değerini ifade etmek üzere,  $100(z_{opt} - z_{lp}) / (z_{opt})$  formülasyonu kullanılmıştır. Matematiksel modellerde kullanılan M değeri için 100000 alınmıştır.

#### 3.5.1. Homojen durum için ortalama CPU süreleri

Kaynaklarda var olan ve çalışma kapsamında geliştirilen homojen ÇZPTP modelleri için simetrik yapıdaki problemler kullanılarak, öncelikle CPU süreleri incelenmiştir. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problem gruplarının  $k=2$  ve  $k=3$  alınarak homojen ÇZPTP için elde edilen ortalama CPU süreleri Tablo 3.1.'de verilmiştir. Aynı problem grubunda,  $k=2$  ve  $k=3$  alınarak her düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği eşlemelerinde 5 farklı problem için bulunan eniyi çözüm değerleri ve CPU süreleri ise EK 8'de verilmiştir.

Tablo 3.1. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=2 ve k=3 için homojen ÇZPTP ortalama CPU süreleri (sn)

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	k=2 Ortalama CPU			k=3 Ortalama CPU		
		M3	kYM1Hom	kYM2Hom	M3	kYM1Hom	kYM2Hom
20	20	0,192	0,114	6,036	0,34	0,15	4,966
20	40	0,474	0,188	9,078	0,606	0,176	7,278
20	60	3,882	0,56	12,42	3,878	0,306	9,07
20	80	8,062	1,25	45,686	4,306	0,366	11,9
20	100	507,22	3,964	178,85	131,23	1,328	44,902
40	20	2,328	0,932	94,124	3,188	0,482	71,33
40	40	55,414	5,92	-	21,272	1,086	142,62
40	60	-	55,64	-	-	7,578	-
40	80	-	-	-	-	13,126	-
40	100	-	-	-	-	37,31	-
60	20	56,906	7,01	712,32	16,124	2,516	342,228
60	40	-	-	-	-	10,564	-
60	60	-	-	-	-	218,01	-
60	80	-	-	-	-	65,918	-
60	100	-	-	-	-	221,06	-
80	20	-	40,592	-	49,282	8,35	-
80	40	-	-	-	-	30,118	-
100	20	-	300,732	-	-	23,49	-
100	40	-	-	-	-	338,188	-
150	20	-	-	-	-	276,414	-

Tablo 3.1.'deki sonuçlar incelendiğinde k=2 için tüm modeller 20 düğümlü problemlerde eniyi çözümlere ulaşmıştır. Yanı sıra, M3 modeli 40 düğümlü problemlerde zaman penceresi 40 genişliğine kadar ve 60 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olan problemlerde eniyi çözümleri elde etmiştir. kYM1Hom modeli 40 düğümlü problemlerde zaman penceresi 60 genişliğine kadar ve 60, 80 ve 100 düğümlü problemlerde ise zaman penceresi 20 genişliğinde olanların eniyi çözümlerini bulmuştur.

kYM2Hom modeli de, 40 ve 60 düğümlü problemler için zaman penceresi 20 genişliğinde olanlarda eniyi çözümlere ulaşmıştır.

k=3 için bakıldığında, modellerin hepsinin 20 düğümlü problemlerde eniyi çözümleri bulunduğu görülmüştür. M3 ve kYM2Hom modelleri, 40 düğümlü problemlerde zaman penceresi 40 genişliğine kadar ve 60 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olanların eniyi çözümleri yakalamıştır. Yanı sıra, M3 modeli 80 düğümlü problemlerde de zaman penceresi 20 genişliği için eniyi çözümleri bulmuştur. kYM1Hom modeli ise 40 ve 60 düğümlü problemlerin hepsinde eniyi çözümlere ulaşmıştır. Ayrıca, kYM1Hom modeli 80 ve 100 düğümlü problemlerde zaman penceresi 40 genişliğine kadar ve 150 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olanların da eniyi çözümlerini elde etmiştir. Ortalama CPU sürelerine bakıldığında k=2 ve k=3 için çözülebilen her problemde kYM1Hom modelinin diğer modellere göre performansının çok daha iyi olduğu görülmüştür. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problem gruplarının k=4 ve k=5 alınarak homojen ÇZPTP için elde edilen ortalama CPU süreleri Tablo 3.2.'de verilmiştir. Aynı problem grubunda, k=4 ve k=5 alınarak her düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği eşlemelerinde 5 farklı problem için bulunan eniyi çözüm değerleri ve CPU süreleri ise EK 9'da verilmiştir.

Tablo 3.2. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=4 ve k=5 için homojen ÇZPTP ortalama CPU süreleri (sn)

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	k=4 Ortalama CPU			k=5 Ortalama CPU		
		M3	kYM1Hom	kYM2Hom	M3	kYM1Hom	kYM2Hom
20	20	0,798	0,084	3,276	1,566	0,08	2,62
20	40	1,498	0,138	4,766	2,936	0,128	4,352
20	60	12,016	0,27	7,15	24,998	0,284	6,346
20	80	5,94	0,338	9,002	8,118	0,308	7,602
20	100	321,864	1,232	29,638	-	1,006	21,248
40	20	2,852	0,362	37,046	4,248	0,312	19,392
40	40	51,702	0,772	88,26	137,41	0,58	95,568
40	60	5,176	5,44	-	-	4,014	1611,634
40	80	6,624	6,314	-	-	4,632	-

Tablo 3.2. devam ediyor.

40	100	12,1	12,486	-	-	7,766	-
60	20	32,242	1,456	207,306	52,532	1,27	102,148
60	40	-	8,334	-	-	7,444	-
60	60	-	21,228	-	-	11,644	-
60	80	-	17,042	-	-	11,886	-
60	100	-	225,984	-	-	125,468	-
80	20	90,36	7,276	-	102,89	4,416	-
80	40	-	20,9	-	-	27,848	-
80	60	-	76,074	-	-	53,534	-
80	80	-	164,35	-	-	135,14	-
80	100	-	746,21	-	-	459,66	-
100	20	-	23,192	-	-	19,156	-
100	40	-	-	-	-	27,154	-
100	60	-	-	-	-	66,356	-
100	80	-	-	-	-	652,36	-
150	20	-	88,018	-	-	98,888	-
150	40	-	496,52	-	-	-	-
200	20	-	2453,18	-	-	1159,194	-

Tablo 3.2.'deki sonuçlar incelendiğinde,  $k=4$  için M3 modeli 20 ve 40 düğümlü problemlerde eniyi çözümlere ulaşmıştır. Yanı sıra, M3 modeli 60 ve 80 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olanların eniyi çözümlerini elde etmiştir. kYM1Hom modeli 20, 40, 60 ve 80 düğümlü problemlerin hepsinde eniyi çözümlere ulaşmıştır. Yanı sıra, 100, 150 ve 200 düğümlü problemler için küçük zaman penceresine sahip olanlarda eniyi çözümleri yakalamıştır. kYM2Hom modeli ise 20 düğümlü problemlerde eniyi çözümleri elde etmiştir. Ayrıca, 40 düğümlü problemlerde zaman penceresi 40 genişliğine kadar ve 60 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olanların eniyi çözümlerine ulaşmıştır.

$k=5$  için bakıldığında, M3 modeli 20 düğümlü problemlerde zaman penceresi 80 genişliğine kadar olanların ve 40, 60, 80 düğümlü problemlerde küçük zaman penceresi genişliğinde olanların eniyi çözümlerine ulaşmıştır. kYM1Hom modeli 20, 40, 60, 80 ve 100 düğümlü problemlerin hepsinde eniyi çözümleri elde etmiştir. 150 ve 200 düğümlü

problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olanlarda eniyi çözümlere ulaşmıştır. kYM2Hom modeli, 20 düğümlü problemlerde eniyi çözümlere ulaşmıştır. 40 düğümlü problemlerde ise zaman penceresi 60 genişliğine kadar ve 60 düğümlü problemlerde ise zaman penceresi 20 genişliğinde olanların eniyi çözümleri elde ettiği görülmüştür. Ortalama CPU sürelerine bakıldığında k=4 ve k=5 için çözülebilen her problemde kYM1Hom modeli diğer modellerden çok daha üstün performans göstermiştir. İkinci simetrik problem grubu olan Gendreau et al. [54] tarafından geliştirilen problemlerde k=2,3,4,5 için elde edilen ortalama CPU süreleri Tablo 3.3.'te verilmiştir. M3 modeli Gendreau et al. [54] tarafından geliştirilen problemlerde, farklı tamirci sayıları için hiçbir problem grubunun tamamında süre sınırı içerisinde eniyi çözümleri bulamadığından dolayı sonuç tablosu kYM1Hom ve kYM2Hom modelleri için oluşturulmuştur. Aynı problem grubunda, k=2,3,4,5 alınarak her düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği eşlemelerinde 5 farklı problem için bulunan eniyi çözüm değerleri ve CPU süreleri EK 10'da verilmiştir.

Tablo 3.3. Gendreau et al. tarafından geliştirilen problemlerde tüm tamirci sayıları ile kYM1Hom ve kYM2Hom için ortalama CPU süreleri (sn)

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	k=2 Ortalama CPU		k=3 Ortalama CPU	
		kYM1Hom	kYM2Hom	kYM1Hom	kYM2Hom
20	120	20,74	-	2,886	348,12
20	140	62,77	-	4,772	323,98
20	160	297,88	-	44,298	-
20	180	331,81	-	7,412	-
Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	k=4 Ortalama CPU		k=5 Ortalama CPU	
		kYM1Hom	kYM2Hom	kYM1Hom	kYM2Hom
20	120	1,644	73,74	1,964	58,97
20	140	2,43	78,73	1,64	66,03
20	160	7,706	-	7,418	-
20	180	2,49	-	2,116	-
40	120	183,06	-	161,14	-
40	140	-	-	102,81	-

Tablo 3.3.'teki sonuçlara bakıldığında tüm tamirci sayıları için kYM1Hom modeli 20 düğümlü problemlerde zaman penceresi 180 genişliğine kadar eniyi çözümlere ulaşmıştır. Yanı sıra, k=4 ve k=5 için 40 düğümlü problemlerde küçük zaman penceresi genişliğine sahip olanların da eniyi çözümlerini bulmuştur. kYM2Hom modeli ise k=2 için süre sınırı içerisinde hiçbir problem grubunun tamamında eniyi çözümlere ulaşamamıştır. k=3, k=4 ve k=5 için 20 düğümlü problemlerde zaman penceresi 140 genişliğine kadar olan problemlerde eniyi çözümlere ulaşmıştır. kYM1Hom ve kYM2Hom modelleri eniyi çözümlere ulaşabildikleri problem boyutu ve çözülebilen problemler için ortalama CPU sürelerine bakılarak değerlendirildiğinde, kYM1Hom modelinin çok daha üstün olduğu görülmüştür.

### 3.5.2. Homojen ÇZPTP için sapma oranları

Sayısal analizlerde ele alınan problemler için CPU sürelerinin yanı sıra sapma oranları da hesaplanmıştır. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problem grupları için elde edilen ortalama sapma oranları Tablo 3.4.'te verilmiştir. Aynı problem grubunda, k=2 ve k=3 alınarak her problem için bulunan sapma oranları ise EK 11'de verilmiştir.

Tablo 3.4. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=2 ve k=3 için homojen ÇZPTP ortalama sapma oranları

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	k=2			k=3		
		Ortalama sapma			Ortalama sapma		
		M3	kYM1Hom	kYM2Hom	M3	kYM1Hom	kYM2Hom
20	20	0,009	0,003	0,009	0,006	0,001	0,006
20	40	0,022	0,007	0,022	0,017	0,002	0,016
20	60	0,043	0,016	0,042	0,033	0,007	0,033
20	80	0,058	0,036	0,058	0,035	0,014	0,035
20	100	0,081	0,063	0,085	0,064	0,041	0,064
40	20	0,004	0,002	0,004	0,003	0	0,002
40	40	0,012	0,007	-	0,006	0,002	0,007
40	60	-	0,016	-	-	0,007	-
40	80	-	-	-	-	0,009	-
40	100	-	-	-	-	0,015	-
60	20	0,005	0,002	0,005	0,002	0	0,008

Tablo 3.4. devam ediyor.

60	40	-	-	-	-	0,006	-
60	60	-	-	-	-	0,008	-
60	80	-	-	-	-	0,012	-
60	100	-	-	-	-	0,016	-
80	20	-	0,002	-	0,006	0,006	-
80	40	-	-	-	-	0,012	-
100	20	-	0,003	-	-	0,004	-
100	40	-	-	-	-	0,009	-
150	20	-	-	-	-	0,007	-

\*Sapma oranı =  $100 (z_{opt} - z_{lp}) / (z_{opt})$

Tablo 3.4.'teki değerler incelendiğinde, ortalama sapma oranları için de çözüm sürelerine benzer sonuçların elde edildiği görülmüştür. Bu sonuçlara göre kYM1Hom modelinin diğer modellere göre oldukça üstün olduğu gözlenmiştir. Diğer tamirci sayıları ve problem grubu için de benzer sonuçlar elde edildiğinden dolayı ayrı tablolar halinde sunulmamıştır.

Sonuç olarak, homojen ÇZPTP için geliştirilen kYM1Hom modeli, simetrik yapıdaki problemler için, eniyi çözüme erişilebilen düğüm sayısı, çözülebilen problemlerdeki ortalama CPU süreleri ve ortalama sapma oranları açısından diğer modellere göre oldukça üstünlük sağlamıştır.

### 3.5.3. Heterojen durum için ortalama CPU süreleri

Kaynaklarda var olan ve çalışma kapsamında geliştirilen heterojen ÇZPTP modelleri için simetrik yapıdaki problemler kullanılarak, CPU süreleri açısından sayısal analizler yapılmıştır. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problem gruplarının k=2 ve k=3 alınarak heterojen ÇZPTP için elde edilen ortalama CPU süreleri Tablo 3.5.'te verilmiştir. Aynı problem grubunda, k=2 ve k=3 alınarak her düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği eşlemelerinde 5 farklı problem için bulunan eniyi çözüm değerleri ve CPU süreleri ise EK 12'de verilmiştir.



Tablo 3.5. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=2 ve k=3 için heterojen ÇZPTP ortalama CPU süreleri (sn)

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	k=2 Ortalama CPU			k=3 Ortalama CPU		
		M4	kYM1Het	kYM2Het	M4	kYM1Het	kYM2Het
20	20	3,742	1,446	47,958	-	1,496	540,206
20	40	3,608	2,26	134,84	-	3,996	153,014
20	60	6,504	5,3	298,82	-	9,744	-
20	80	23,36	12,168	-	-	10,752	-
20	100	459,432	105,134	-	-	111,766	-
40	20	70,254	15,814	-	-	61,25	-
40	40	-	110,64	-	-	154,79	-
60	20	-	104,10	-	-	400,364	-
60	40	-	-	-	-	1374,562	-
80	20	-	419,802	-	-	881,846	-

Tablo 3.5.'teki sonuçlar incelendiğinde k=2 için M4 modeli 20 düğümlü problemlerin hepsinde eniyi çözümlere ulaşmıştır. 40 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olanlar için eniyi çözümleri elde ettiği görülmüştür. kYM1Het modeli de 20 düğümlü problemlerin hepsinde eniyi çözümlere ulaşmış, 40, 60 ve 80 düğümlü problemlerde küçük zaman penceresi genişliğinde olanlar için eniyi çözümleri yakalamıştır. kYM2Het modelinin ise 20 düğümlü problemlerde zaman penceresi 60 genişliğine kadar olanlar için eniyi çözümlerine ulaştığı görülmüştür.

k=3 için M4 modeli süre sınırı içerisinde hiçbir problem grubunun tamamında eniyi çözüme ulaşamamıştır. kYM1Het modelinin 20 düğümlü problemlerin hepsinde eniyi çözümleri bulmuştur. 40 ve 60 düğümlü problemlerde zaman penceresi 40 genişliğine kadar olanlarda ve 80 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olanlarda eniyi çözümleri elde etmiştir. kYM2Het modeli ise 20 düğümlü problemlerde yalnızca zaman penceresi 40 genişliğine kadar eniyi çözümlere ulaşmıştır. Ortalama CPU sürelerine bakıldığında k=2 ve k=3 için çözülebilen her problemde kYM1Het modeli diğer modellerden çok daha iyi performans göstermiştir. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problem gruplarının k=4 ve k=5 alınarak heterojen ÇZPTP için elde edilen ortalama CPU süreleri Tablo 3.6.'da verilmiştir. Aynı problem grubunda, k=4 ve k=5 alınarak her düğüm

sayısı ve zaman penceresi genişliği eşlemelerinde 5 farklı problem için bulunan eniyi çözüm değerleri ve CPU süreleri ise EK 13'te verilmiştir.

Tablo 3.6. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=4 ve k=5 için heterojen ÇZPTP ortalama CPU süreleri (sn)

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	k=4 Ortalama CPU			k=5 Ortalama CPU		
		M4	kYM1Het	kYM2Het	M4	kYM1Het	kYM2Het
20	20	-	2,362	67,374	-	3,558	86,974
20	40	-	7,096	-	-	8,504	-
20	60	-	17,046	-	-	14,048	-
20	80	-	15,502	-	-	17,212	-
20	100	-	216,214	-	-	304,192	-
40	20	-	104,3	-	-	202,194	-
40	40	-	382,61	-	-	668,92	-
60	20	-	962,92	-	-	1098,46	-

Tablo 3.6.'daki sonuçlar incelendiğinde M4 modeli k=4 ve k=5 için süre sınırı içerisinde hiçbir problem grubunda eniyi çözüme ulaşamamıştır. k=4 için kYM1Het modeli 20 düğümlü problemlerin hepsinde eniyi çözüme ulaşmıştır. 40 düğümlü problemlerde zaman penceresi 40 genişliğine kadar ve 60 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliği için eniyi çözümleri elde etmiştir. kYM2Het modeli ise yalnızca 20 düğümlü problemlerde zaman penceresi 20 genişliğinde olanlar için eniyi çözümlere ulaşmıştır. Tablo 3.6.'daki sonuçlar k=5 için incelendiğinde ise kYM1Het ve kYM2Het modelleri için eniyi çözümlere ulaşabildikleri problem grupları açısından yine aynı sonuçların ortaya çıktığı görülmüştür.

İkinci simetrik problem grubu olan Gendreau et al. [54] tarafından geliştirilen problemler için k=2, 3, 4, 5 alınarak elde edilen ortalama CPU süreleri ise Tablo 3.7.'de verilmiştir. M4 modeli ve kYM2Het modeli Gendreau et al. [54] tarafından geliştirilen problemlerde, farklı tamirci sayıları için hiçbir problem grubunun tamamında süre sınırı içerisinde eniyi çözümleri bulamadığından dolayı sonuçlar tablosu kYM1Het modeli için oluşturulmuştur. Aynı problem grubunda, k=2, 3, 4, 5 alınarak her problem için bulunan eniyi çözüm değerleri ve CPU süreleri ise EK 14'te verilmiştir.

Tablo 3.7. Gendreau et al. tarafından geliştirilen problemlerde tüm tamirci sayıları ile kYM1Het için ortalama CPU süreleri (sn)

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	k=2	k=3	k=4	k=5
		Ortalama CPU	Ortalama CPU	Ortalama CPU	Ortalama CPU
		kYM1Het	kYM1Het	kYM1Het	kYM1Het
20	120	-	252,34	291,02	349,72
20	140	-	-	522,96	602,81

Tablo 3.7.'deki sonuçlar değerlendirildiğinde, tamirci sayısı k=2 için kYM1Het modelinin 20 düğümlü hiçbir problem grubunda süre sınırı içerisinde eniyi çözüme ulaşamadığı görülmüştür. k=3 için 20 düğümlü problemlerde zaman penceresi 120 genişliği için, k=4 ve k=5 için 20 düğümlü problemlerde zaman penceresi 140 genişliğine kadar olanlarda eniyi çözümleri bulmuştur.

#### 3.5.4. Heterojen durum için sapma oranları

Sayısal analizlerde ele alınan problemler için CPU sürelerinin yanı sıra sapma oranları için de karşılaştırma yapılmıştır. Dumas et al. [53] tarafından geliştirilen problem grupları için elde edilen ortalama sapma oranları Tablo 3.8.'de verilmiştir. Aynı problem grubunda, k=2 ve k=3 alınarak her problem için bulunan sapma oranları EK 15'te verilmiştir.

Tablo 3.8. Dumas et al. tarafından geliştirilen problemlerin k=2 ve k=3 için heterojen ÇZPTP ortalama sapma oranları

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	k=2			k=3		
		Ortalama sapma			Ortalama sapma		
		M4	kYM1Het	kYM2Het	M4	kYM1Het	kYM2Het
20	20	0,934	0,005	0,007	-	0,004	0,005
20	40	0,947	0,018	0,019	-	0,013	0,013
20	60	0,968	0,036	0,039	-	0,028	-
20	80	0,986	0,049	-	-	0,030	-
20	100	0,992	0,076	-	-	0,048	-
40	20	0,973	0,003	-	-	0,002	-

Tablo 3.8. devam ediyor.

40	40	-	0,011	-	-	0,006	-
60	20	-	0,003	-	-	0,001	-
60	40	-	-	-	-	0,004	-
80	20	-	0,003	-	-	0,001	-

\*Sapma oranı =  $100 (Z_{opt} - Z_{lp}) / (Z_{opt})$

Tablo 3.8.'deki değerler incelendiğinde, ortalama sapma oranları için de benzer sonuçların elde edildiği görülmektedir. Bu sonuçlara göre kYM1Het modelinin diğer modellere göre oldukça üstün olduğu gözlemlenmiştir. Diğer tamirci sayıları ve problem grubu için de aynı sonuçlar elde edildiğinden dolayı sonuçlar ayrı tablolar halinde sunulmamıştır.

Heterojen ÇZPTP için geliştirilen kYM1Het modeli de simetrik yapıdaki problemler için, eniyi çözüme erişilebilen düğüm sayısı, çözülebilen problemlerde ortalama CPU süreleri ve ortalama sapma oranları yönüyle diğer modellere göre oldukça önemli düzeyde üstünlük sağlamıştır.

### 3.6. Asimetrik Problemler için Sayısal Analizler

Bu kesimde, kaynaklarda var olan modellerle yeni geliştirilen matematiksel modellerin asimetrik problemlerde performanslarını incelemek için yapılan sayısal analizlere yer verilmiştir. ZPTP için yapılan sayısal analizlerde ele alınmış olan, Ascheuer [60] tarafından hazırlanan asimetrik yapıdaki test problemleri çözülmüştür.

Yapılan işlemlerde, k=2 ve k=3 olmak üzere iki farklı tamirci sayısı ele alınmıştır. CPLEX 12.5.0.1 paket programı ve Intel Core i7-3630QM CPU 2.40 GHz ve 16 GB RAM özelliklerinde bilgisayar kullanılarak tüm problemlerin eniyi çözümleri araştırılmıştır. Tüm çözümler için, CPU süresi üst sınırı 7200 saniye olarak belirlenmiştir. Matematiksel modellerde kullanılan M değeri için 100000 alınmıştır.

#### 3.6.1. Homojen durum için CPU süreleri

Kaynaklarda var olan ve çalışma kapsamında geliştirilen homojen ÇZPTP modelleri için asimetrik yapıdaki problemler kullanılarak, CPU süreleri incelenmiştir. Ascheuer [60] tarafından geliştirilen problem gruplarının k=2 ve k=3 alınarak homojen ÇZPTP için elde edilen CPU süreleri Tablo 3.9.'da verilmiştir.

Tablo 3.9. Asimetrik Problemlerde homojen ÇZPTP için CPU Süreleri (sn)

Problem	k=2 CPU			k=3 CPU		
	M3	kYM1Hom	kYM2Hom	M3	kYM1Hom	kYM2Hom
rbg010a	0,09	0,02	2,23	0,20	0,09	1,13
rbg016a	0,30	0,06	5,18	0,45	0,12	2,36
rbg016b	0,27	0,05	8,11	0,62	0,15	1,15
rbg017.2	0,56	0,11	5,17	0,95	0,35	3,01
rbg017a	0,84	0,12	12,78	1,36	0,44	2,89
rbg019a	0,09	0,14	18,45	5,23	0,29	6,24
rbg019b	0,42	0,22	6,33	4,89	0,36	6,41
rbg019d	0,28	0,19	11,02	3,35	0,98	7,12
rbg020a	0,94	0,26	19,54	6,89	3,25	15,52
rbg027a	18,05	1,23	22,25	26,11	13,23	8,01
rbg031a	2,61	0,69	17,49	9,12	5,32	4,29
rbg033a	2,06	0,77	32,12	36,47	6,12	12,36
rbg034a	4,58	0,72	45,89	8,36	4,89	19,01
rbg035a	2,88	0,55	21,15	9,11	6,18	9,25
rbg038a	4,03	0,88	42,11	7,20	11,69	11,03
rbg040a	3,64	0,48	45,36	5,88	7,23	20,96
rbg041a	4,64	0,69	75,21	6,78	9,48	26,45
rbg050a	129,95	21,58	98,35	165,02	10,83	65,23
rbg055a	9,13	1,36	112,36	15,12	56,23	185,32
rbg067a	11,98	3,22	263,14	18,17	78,02	326,10
rbg086a	421,14	2,66	-	525,66	126,35	-
rbg132	-	23,01	-	758,3	875,23	-
rbg152	-	53,05	-	-	1256,32	-
rbg172a	-	145,26	-	-	1048,33	-
rbg193	-	514,89	-	-	-	-
rbg233	-	615,11	-	-	-	-

Tablo 3.9.'daki değerler incelendiğinde,  $k=2$  için  $kYM1Hom$  modeli tüm problemlerde eniyi çözümlere erişmiştir.  $M3$  modeli 86 düğümlü problemlere kadar,  $kYM2Hom$  modeli ise 67 düğümlü problemlere kadar eniyi çözümleri bulmuştur.  $k=3$  için bakıldığında,  $kYM1Hom$  modeli 172 düğüme kadar,  $M3$  modeli 132 düğüme kadar ve  $kYM2Hom$  modeli 67 düğüme kadar olan problemleri çözmüştür.  $kYM1Hom$  modeli asimetrik yapıdaki problemlerde çözülebilen problem boyutu ve CPU süreleri açısından diğer modellerden daha iyi performans göstermiştir.

### 3.6.2. Heterojen durum için CPU süreleri

Kaynaklarda var olan ve çalışma kapsamında geliştirilen heterojen ÇZPTP modelleri için asimetrik yapıdaki problemler kullanılarak, CPU süreleri incelenmiştir. Ascheuer [60] tarafından geliştirilen problem gruplarının  $k=2$  ve  $k=3$  alınarak heterojen ÇZPTP için elde edilen CPU süreleri Tablo 3.10.'da verilmiştir.

Tablo 3.10. Asimetrik Problemlerde heterojen ÇZPTP için CPU Süreleri (sn)

Problem	k=2 CPU			k=3 CPU		
	M4	kYM1Het	kYM2Het	M4	kYM1Het	kYM2Het
rbg010a	2,10	1,05	2,12	1,55	1,15	1,19
rbg016a	3,52	2,03	4,26	2,36	2,28	3,47
rbg016b	2,41	2,26	6,12	4,10	1,09	6,99
rbg017.2	2,30	1,89	8,16	2,69	2,25	7,47
rbg017a	3,48	1,67	7,36	3,65	2,14	5,55
rbg019a	5,26	2,15	7,29	4,88	2,87	6,28
rbg019b	7,36	2,77	11,07	6,11	2,99	15,22
rbg019d	4,98	0,89	9,36	7,33	3,47	24,15
rbg020a	6,22	3,03	32,25	8,10	3,69	22,99
rbg027a	8,14	5,16	24,11	9,34	5,11	35,66
rbg031a	12,15	8,11	66,25	15,87	4,28	78,14
rbg033a	19,25	14,36	71,36	19,68	12,68	66,36
rbg034a	42,32	11,63	62,14	26,88	21,22	115,14
rbg035a	21,06	19,87	88,59	36,04	32,98	102,94

Tablo 3.10. devam ediyor.

rbg038a	69,25	21,04	125,68	89,14	65,12	558,01
rbg040a	50,06	29,63	223,55	95,15	48,33	1318,69
rbg041a	75,36	35,88	621,03	77,20	61,02	1914,35
rbg050a	150,35	121,12	681,34	112,36	77,01	1845,33
rbg055a	258,14	156,03	866,14	256,14	102,36	-
rbg067a	326,78	289,47	-	477,99	118,24	-
rbg086a	-	458,11	-	-	499,18	-
rbg132	-	478,36	-	-	625,33	-
rbg152	-	621,88	-	-	884,97	-
rbg172a	-	1315,02	-	-	1657,28	-

Tablo 3.10.'daki değerler incelendiğinde,  $k=2$  için M4 modeli 67 düğüme kadar, kYM1Het modeli 172 düğüme kadar ve kYM2Het modeli 55 düğüme kadar olan problemleri çözmüştür.  $k=3$  için bakıldığında, kYM1Het modeli 172 düğüme kadar, M4 modeli 67 düğüme kadar ve kYM2Het modeli 50 düğüme kadar olan problemleri çözmüştür. kYM1Het modelinin asimetric yapıdaki problemlerde eniyi çözümü bulunabilen problem boyutunun yanı sıra, CPU süreleri açısından da diğer modellerden daha iyi performans gösterdiği anlaşılmıştır.

### 3.7. Değerlendirme

Bu bölümde, ÇZPTP için tez kapsamında geliştirilen  $O(n^2)$  büyüklüğünde 0-1 tamsayı karar değişkenine ve  $O(n^2)$  büyüklüğünde kısıta sahip, homojen ÇZPTP için iki adet ve heterojen ÇZPTP için iki adet olmak üzere dört adet karma tamsayı doğrusal karar modeli sunulmuştur. Kaynaklarda var olan modellerin ve yeni geliştirilen modellerin performansları simetrik ve asimetric yapıdaki test problemleri kullanılarak farklı tamirci sayıları için, hem CPU süreleri hem de sapma oranları yönüyle karşılaştırılmıştır.

Homojen ÇZPTP için Dumas et al. tarafından geliştirilen simetrik yapıdaki test problemleri ele alındığında,  $k=2$  için kaynaklardaki M3 modelinin ve kYM2Hom modelinin en fazla 60 düğümlü problemlerin eniyi çözümlerini elde ettiği görülmüştür. kYM1Hom modelinin ise eniyi çözüme erişebildiği problem boyutu 100 düğümlü problemlerdir.  $k=3$  için eniyi çözümü bulunabilen problem boyutuna bakıldığında, M3 modeli için 80,

kYM1Hom modeli için 150 ve kYM2Hom modeli için 60 olduğu görülmüştür. Tüm modeller tarafından eniyi çözümleri bulunan problemler için ortalama CPU sürelerine bakıldığında, kYM1Hom modeli k=2 için ortalama 0,41, k=3 için ortalama 0,26, k=4 için ortalama 0,45 ve k=5 için ortalama 0,38 saniyede çözüm elde etmiştir. Dolayısıyla, bu değerler kYM1Hom modelinin diğer iki modele göre çözebildiği problem boyutunun yanı sıra, çözüm süresi açısından da çok daha üstün olduğunu göstermektedir. Gendreau et al. tarafından geliştirilen simetrik yapıdaki test problemleri için de eniyi çözümü bulunan problemlerde, düğüm sayısı ve zaman penceresi genişliği yönüyle kYM1Hom modeli daha iyi performans göstermiştir. Sapma oranları yönüyle sonuçlar incelendiğinde de kYM1Hom modelinin üstün olduğu anlaşılmaktadır.

Heterojen ÇZPTP için Dumas et al. tarafından geliştirilen simetrik yapıdaki test problemleri ele alındığında, M4 modeli yalnızca k=2 için 40 düğümlü problemlerde eniyi çözümleri bulmuş, diğer tamirci sayıları için eniyi çözümleri yakalayamamıştır. kYM1Het modelinin k=2 ve k=3 için eniyi çözümü bulunabilen problem boyutu 80 düğümlü, k=4 ve k=5 için 60 düğümlü olduğu görülmüştür. kYM2Het modeli ise tüm tamirci sayıları için en fazla 20 düğümlü problemlerde eniyi çözümleri elde etmiştir. Gendreau et al. tarafından geliştirilen simetrik yapıdaki test problemleri yalnızca kYM1Het modeli için ele alınmış olup, k=3, k=4 ve k=5 için, 20 düğümlü problemlerde eniyi çözümler yakalanmıştır. Tüm modeller tarafından çözülebilen problemlerde ortalama CPU sürelerine bakıldığında, yalnızca k=2 için değerlendirme yapılabilmektedir. Bu değerler k=2 için kYM1Het modelinde ortalama 3 saniye, M4 modelinde ortalama 4,6 saniye ve kYM2Het modelinde ortalama 160 saniye olarak bulunmuştur. Dolayısıyla, hem eniyi çözüme erişilebilen düğüm sayısı, hem CPU süresi hem de sapma oranları yönüyle tüm tamirci sayıları için kYM1Het modelinin diğer modellerden çok daha iyi performans gösterdiği görülmüştür.

Asimetrik yapıdaki test problemlerinde k=2 ve k=3 için çözülebilen problem boyutu ve çözüm süreleri açısından homojen durum için kYM1Hom modelinin, heterojen durum için de kYM1Het modelinin çok daha üstün olduğu anlaşılmıştır.

Hojen durum için kYM1Hom modelinin, heterojen durum için kYM1Het modelinin, ele alınan tüm problem grupları için diğer modellere göre çözebildiği problem boyutu, CPU süreleri ve sapma oranları yönüyle çok daha üstün olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak, önerilen kYM1Hom ve kYM1Het modellerinin çoğu gerçek hayat problemlerinde doğrudan kullanılabileceği, kYM1Hom ve kYM1Het'in ÇZPTP için önerilecek yeni sezgisellerin performans analizleri için de bilimsel bir araç oldukları söylenebilir.



İzleyen bölümde, tamirci probleminin bir diğer uzantısı olan çok depolu durum ele alınarak, gerçek hayatta karşılaşılabılır farklı durumlara cevap verebilecek matematiksel modeller sunulacaktır.

## 4. ÇOK DEPOLU ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ

Bu bölümde çok depolu zaman pencereli tamirci problemi (DZPTP) için kaynak taraması yapılmış ve DZPTP tanımlanarak genel özellikleri belirtilmiştir. Ardından, DZPTP için matematiksel model olmadığından, kaynaklarda zaman penceresinin ele alınmadığı çok depolu tamirci problemi (DTP) için önerilen matematiksel modeller incelenmiştir. Daha sonra, DZPTP için farklı durumlara cevap verebilecek şekilde geliştirilen beş yeni matematiksel model detaylı olarak açıklanmıştır. Modellerin performansını görebilmek için kaynaklarda var olan simetrik yapıdaki test problemleri, CPLEX 12.5.0.1 paket programı ile çözülmüş, sonrasında karşılaştırmalı sayısal analizler yapılarak sonuçlar değerlendirilmiştir.

### 4.1. Kaynak Taraması

Tamirci problemi (TP) ve uzantıları için kaynaklar incelendiğinde, gerçek hayat uygulamalarında en fazla karşılaşılan uzantılarından birinin çok depolu durum olduğu görülmüştür. Giriş bölümünde, TP ve çok gezginli TP için yapılan çalışmalar incelenerek, sırasıyla EK 1 ile EK 2’de tablolar halinde verilmiştir. Bu kesimde yalnızca DZPTP için yapılan kaynak araştırması sonucunda bulunan çalışmalar üzerinde durulacaktır.

TP, NP-zor problemler sınıfında yer aldığı için, DZPTP de NP-zor bir problemdir. Kaynaklar incelendiğinde, gerçek hayatta çok karşılaşılmamasına rağmen, DZPTP için yapılmış hiçbir çalışma bulunmamıştır. Zaman penceresinin ele alınmadığı çok depolu TP (DTP) için matematiksel modelleme ya da yaklaşık yöntemler üzerine yapılmış birtakım çalışmalar bulunmaktadır. DTP alanında yayınlanan ilk çalışma Chekuri and Kumar [38] tarafından 2003 yılında yapılmış olup, yaklaşım oranı  $12\beta$  olan bir yaklaşım algoritması geliştirilmiştir. Bu çalışmada, matematiksel model bulunmamaktadır. Chaudhuri et al. [37] 2003 yılında yaptıkları çalışmada TP için 3.59 değerinde yaklaşım oranı önermiş, aynı oranın DTP için de geçerli olduğunu göstermişlerdir. Chaudhuri et al. tarafından yapılan çalışmada, matematiksel model bulunmamaktadır. Duket [39] tarafından 2014 yılında yapılan yüksek lisans tez çalışmasında, çok depolu kavramı kullanılmasına rağmen tek bir ana depo öngörülmüştür. Bu çalışmada bütün tamirciler müşterilerin taleplerini karşılamak için ana depodan yola çıkmakta ve ihtiyaç olduğunda ara depolara uğrayarak ürün yüklemesi yapabilmektedir. Yanı sıra, bu çalışmada zaman penceresi kullanılmamıştır ve her tamirci özdeş olup aynı kapasiteye sahiptir. Bu özellikler doğrultusunda karma tamsayı bir matematiksel model geliştirilmiştir. Ancak matematiksel model incelendiğinde ana depo ve

ara depolar arasındaki ilişkinin modele yansıtılmasının net olmadığı görülmüştür. Bu nedenle geliştirilen matematiksel modelde eksiklikler olduğu düşünülmektedir. Post and Swamy [40], 2015 yılında yaptıkları çalışmada, DTP için yaklaşım algoritması geliştirmişlerdir. Yazarlar, tamircilerin çok depodan yola çıktığı durum için 8.497 yaklaşım oranı, tek depodan yola çıktığı durum için ise 7.183 yaklaşım oranı önermişlerdir. Martin and Salavatipour [61] tarafından 2018 yılında yapılan çalışmada, kapasite kısıtlı DTP için 42.49 yaklaşım oranına sahip bir algoritma önerilmiştir. Bu çalışmada, müşterilerin taleplerinin birim talep olarak ele alındığı durum da incelenerek, bu durum için de 25.49 yaklaşım oranına sahip bir algoritma önerilmiştir ve matematiksel model bulunmamaktadır.

Ruiz and Voß [42] tarafından 2020 yılında yapılan çalışma, kapasite kısıtlı DTP alanında karma tamsayılı matematiksel model geliştiren ilk çalışmadır. Bu modellemede zaman penceresi kullanılmamıştır. Her tamirci herhangi bir depodan çıkıp yine herhangi bir depoya dönebilmektedir. Çalışma kapsamında ayrıca metasezgisel bir yaklaşım da önerilmiştir. Matematiksel model için yapılan sayısal analizlere bakıldığında yalnızca 10 düğümlü, 4 depolu ve 5 tamircili 3 problemde eniyi çözüme ulaşıldığı, düğüm sayısı 25 olduğunda matematiksel modelin 7200 saniye olarak alınan süre sınırına takıldığı görülmüştür. Wang et al. [43] tarafından 2020 yılında yapılan çalışma, kapasite kısıtlı DTP için yapılan en güncel çalışma olup, karma tamsayılı matematiksel model geliştirilmiştir. Yanı sıra DTP için yerel arama algoritması da önerilmiştir. Matematiksel model incelendiğinde Ruiz and Voß [42] tarafından geliştirilen model ile temel olarak aynı olduğu görülmüştür. Bu sebeple, DTP için geliştirilmiş tek bir model olduğu söylenebilir. Wang et al. [43] tarafından geliştirilen modelde her tamircinin bir depodan çıkması zorunluluğu kaldırılmış, kullanılmayan tamircilerin olabilmesine izin verilmiştir. Ayrıca, her depodan çıkacak tamirci sayısına üst sınır getirilmiş, modelle ilgili sayısal analizlere yer verilmemiştir.

Sonuç olarak, tamirci-depo ilişkisinin farklı durumlarını ayrıntılı bir şekilde ele alan, doğrudan bir yazılımla kullanılabilir, zaman penceresine göre çözüm üreten ve özel durumlara kolay uyarlanabilir matematiksel modellere yer veren çalışmalara rastlanılmamıştır.

## 4.2. Problemin Tanımı

DZPTP, her bir müşterinin ziyaret edileceği zaman diliminin alt ve üst sınırlarının olduğu, birden fazla tamircinin hizmet verdiği ve tamircilerin farklı depolardan çıkış yaptığı

TP olarak tanımlanmaktadır. DZPTP,  $n$  müşteriye ve  $d$  adet depoya sahip bir serimde, depoların her birinden  $k$  adet tamircinin (aracın) yola çıktığı, her müşterinin ziyaret edileceği zaman diliminin alt ve üst sınırlarının olduğu ve her müşterinin talebinin yalnız bir tamirci tarafından karşılandığı, toplam gecikmeyi enküçükleyen, toplam tamirci sayısı ( $dxk$ ) kadar Hamilton turunu veya yolunu bulmaktır.

DZPTP'nin temel özellikleri ile, kaynaklarda DTP için var olan ve tez kapsamında DZPTP için geliştirilmiş olan matematiksel modeller için ortak kullanılan dizin kümeleri ve parametreler aşağıda verilmiştir.

#### DZPTP'nin Temel Özellikleri

- Her müşteri yalnız bir kez ziyaret edilmelidir.
- Her tamirci bir depo düğümünden yola çıkmalı ve aynı depo düğümünde (bazı özel durumlarda herhangi bir düğümde) seyahatini tamamlamalıdır.
- Her müşteri belirlenmiş olan zaman penceresi aralığında ziyaret edilmeli, tamirci zaman penceresinin alt sınırından önce düğüme ulaşırsa beklemelidir.
- Tamircinin, zaman penceresinin alt sınırından önce müşteriye ulaşması durumunda ortaya çıkan bekleme maliyeti dikkate alınmamıştır.
- Amaç toplam gecikmeyi en küçük yapacak şekilde  $dxk$  adet turu (özel durumlarda yolu) bulmaktır.
- Tüm müşteriler için hizmet verme süresi sıfır olarak alınmıştır, dolayısıyla tüm müşteriler için ziyaret zamanı, hizmetin yerine getirildiği zamanı ifade etmektedir. Hizmet süresinin sıfırdan farklı olması durumunda yapılacak işlem, 2. bölümde ZPTP için açıklandığı gibidir.

#### Dizin Kümeleri

$G = (V, A)$  yönlü veya yönsüz bir serim

$D = \{0, \dots, d\}$  depolar kümesi

$V = \{d + 1, d + 2, \dots, n\}$  müşteriler kümesi

$V' = \{0, \dots, n\}$  düğümler kümesi

$A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$  ayrıtlar kümesi

#### Parametreler

$c_{ij}$ :  $i$ . düğümden  $j$ . düğüme geçiş süresi

$c_{ij}$  simetrik ( $c_{ij} = c_{ji}$ ) veya asimetrik ( $c_{ij} \neq c_{ji}$ ) olabilir ve  $c_{ij}$  değerlerinin üçgen eşitsizliğini sağladığı varsayılmıştır. Tüm  $i$ 'ler için  $c_{ii} = 0$  olarak alınmıştır. 2. bölümde ZPTP için açıklaması yapılan, her müşteri için servis zamanı (gecikme) bulunurken ortaya çıkabilecek durumlar ve amaç fonksiyonunun oluşumu, DZPTP için de aynı şekilde ifade edilmektedir.

### 4.3. Kaynaklardaki Matematiksel Modeller

Bu kesimde, DTP için kaynaklarda var olan Ruiz and Voß [42] tarafından geliştirilmiş olan matematiksel model ile Wang et al. [43] tarafından geliştirilmiş olan matematiksel model tanıtılacaktır. Ortak kullanılan dizin kümeleri ve parametreler, bu kısımda tanıtılacak olan matematiksel modeller için de geçerlidir.

#### 4.3.1. Ruiz and Voß modeli

Ruiz and Voß [42], 2020 yılında yaptıkları çalışmada, kapasiteli DTP için matematiksel model geliştirmişlerdir. Yapılan yeni tanımlar ile matematiksel model aşağıda sunulmuştur.

##### Dizin kümesi

$K = \{1, \dots, k\}$  tamirci (araç)kümesi

##### Parametreler

$M$ : yeterince büyük pozitif bir sayı

$q_i$ :  $i$ . müşterinin talebi

$Q$ : tamircilerin kapasitesi

##### Karar değişkenleri

$t_i^k$ :  $k$  tamircisinin  $i$ . düğüme varış zamanı

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{eğer } k \text{ tamircisi } i. \text{ düğümden } j. \text{ düğüme geçerse} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

### Matematiksel model

$$\sum_{i \in V'} \sum_{k \in K} x_{ij}^k = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.1)$$

$$\sum_{i \in V'} x_{ij}^k - \sum_{i \in V'} x_{ji}^k = 0 \quad j \in V \quad k \in K \quad i \neq j \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in D} \sum_{j \in V'} x_{ij}^k = 1 \quad k \in K \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in D} \sum_{j \in V'} x_{ji}^k = 1 \quad k \in K \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} q_j \cdot x_{ij}^k \leq Q \quad k \in K \quad (4.5)$$

$$t_i^k + c_{ij} - t_j^k \leq M(1 - x_{ij}^k) \quad i \in V' \quad j \in V \quad k \in K \quad i \neq j \quad (4.6)$$

$$t_i^k \geq 0 \quad i \in V' \quad k \in K \quad (4.7)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i, j \in V' \quad i \neq j \quad k \in K \quad (4.8)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} t_i^k \quad (4.9)$$

(4.1) numaralı kısıt her düğümün bir tamirci tarafından ziyaret edilmesini sağlar. (4.2) numaralı kısıt bir düğüme bir tamirci tarafından giriş varsa çıkışında olmasını garanti eder. (4.3) ve (4.4) ile gösterilen kısıtlar her tamircinin bir depodan çıkmasını ve rotasını tamamladıktan sonra yine bir depoya girmesini sağlar. (4.5) numaralı kısıt toplam talebin tamircilerin kapasitesini aşmamasını sağlar. (4.6) ile ifade edilen kısıt alt tur engelleme kısıtıdır. Amaç fonksiyonu toplam gecikmeyi hesaplamaktadır. Ruiz and Voß [42] tarafından DTP için geliştirilmiş olan bu model,  $kn^2+2kn-kdn-2kd+3k+n-d$  sayıda kısıta ve  $kn^2+kn$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkenine sahiptir.

#### **4.3.2. Wang et al. modeli**

Wang et al. [43] 2020 yılında yaptıkları çalışmada, kapasiteli DTP için matematiksel model geliştirmişlerdir. Ruiz and Voß [42] modeli için geçerli olan izin kümesi, M ve  $q_i$  parametreleri ile karar değişkenleri bu model için de kullanılmış olup, yapılan yeni tanımlar ile matematiksel model aşağıda sunulmuştur.

#### Parametreler

$Q_k$ :  $k$  tamircisinin kapasitesi

$N_i$ :  $i$ . depodaki tamirci sayısı için üst sınır

### Matematiksel model

$$\sum_{i \in V'} \sum_{k \in K} x_{ij}^k = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.1)$$

$$\sum_{i \in V'} x_{ij}^k - \sum_{i \in V'} x_{ji}^k = 0 \quad j \in V \quad k \in K \quad i \neq j \quad (4.2)$$

$$t_i^k + c_{ij} - M(1 - x_{ij}^k) \leq t_j^k \quad i \in V' \quad j \in V \quad k \in K \quad i \neq j \quad (4.6)$$

$$\sum_{i \in D} \sum_{j \in V} x_{ij}^k = \sum_{i \in D} \sum_{j \in V} x_{ji}^k \quad k \in K \quad i \neq j \quad (4.10)$$

$$\sum_{i \in D} \sum_{j \in V} x_{ij}^k \leq 1 \quad k \in K \quad i \neq j \quad (4.11)$$

$$\sum_{i \in V'} \sum_{j \in V} x_{ij}^k \cdot q_j \leq Q_k \quad k \in K \quad i \neq j \quad (4.12)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ij}^k \leq N_i \quad i \in D \quad i \neq j \quad (4.13)$$

$$t_i^k = 0 \quad k \in K \quad i \in D \quad (4.14)$$

$$t_i^k \geq 0 \quad i \in V \quad k \in K \quad (4.15)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i, j \in V' \quad i \neq j \quad k \in K \quad (4.8)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} t_i^k \quad (4.9)$$

Bu modeldeki (4.1), (4.2), (4.6) ve (4.8) numaralı kısıtlar ile (4.9) numaralı amaç fonksiyonu Ruiz and Voß [42] modelinde yer almaktadır. (4.10) numaralı kısıt her rotanın bir depodan başlayıp yine bir depoda sona ermesini sağlar. (4.11) ile ifade edilen kısıt her tamircinin en fazla bir rotada kullanılmasını zorunlu kılmaktadır. (4.12) numaralı kısıt toplam talebin tamircilerin kapasitesini aşamayacağını garanti eder. (4.13) ile gösterilen kısıt hizmet verecek olan tamirci sayısının, her depodan çıkış yapmasına izin verilen tamirci sayısını aşmamasını sağlar. (4.14) numaralı kısıt k. tamircinin depo düğümüne varış zamanına sıfır değerini atamaktadır. Wang et al. tarafından DTP için geliştirilmiş olan bu model,  $kn^2+2kn-kdn-kd+3k+n$  sayıda kısıta ve  $kn^2+kn$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkenine sahiptir.

#### **4.4. Yeni Matematiksel Modeller**

Bu kısımda, DZPTP için ele alınan beş farklı duruma cevap verecek şekilde geliştirilen yeni matematiksel modeller tanıtılacaktır. Geliştirilen modellerde, 2013 yılında Kara et al. [57] tarafından zaman pencereli GSP için geliştirilen model temel alınmıştır. 3. bölüm kapsamında homojen ÇZPTP için yeni geliştirilen kYM1Hom modelinin DZPTP'nin farklı

durumlarına dönüştürülmesi ile yeni modeller elde edilmiştir. Problemin tanımı sırasında ifade edilmiş olan ortak kullanılan dizin kümeleri ve parametreler, bu kısımda tanıtılacak olan matematiksel modeller için de geçerlidir.

#### 4.4.1. Tamircilerin giriş/çıkış depoları sabit: YM1D1

Yapılan çalışma kapsamında DZPTP için önerilen matematiksel modelde her tamircinin çıkış yaptığı depoya dönmesi durumu ele alınmıştır. Ruiz and Voß [42] modelindeki  $x_{ij}^k$  karar değişkeni bu modelde de kullanılmıştır.

##### Parametreler

$m_i$ :  $i$ . depodaki tamirci sayısı

$a_i$ :  $i$ . düğümün en erken ziyaret zamanı (hizmetin tamamlanma zamanı)

$b_i$ :  $i$ . düğümün en geç ziyaret zamanı (hizmetin tamamlanma zamanı)

##### Karar değişkenleri

$t_i$ :  $i$ . düğüme varış zamanı

$s_i$ :  $i$ . düğümün servis zamanı

##### Kısıtlar

- Her depodan var olan sayıda tamirci çıkış yapacağından;

$$\sum_{j \in V} x_{kj}^k = m_k \quad k \in D \quad (4.16)$$

kısıtı yazılır.

- Her düğüm bir kez ziyaret edileceğinden;

$$\sum_{k \in D} x_{kj}^k + \sum_{k \in D} \sum_{i \in V} x_{ij}^k = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.17)$$

kısıtı yazılır.

- Müşteri düğümleri için akış korunumunun sağlanması gerektiğinden;

$$x_{kj}^k + \sum_{i \in V} x_{ij}^k - x_{jk}^k - \sum_{i \in V} x_{ji}^k = 0 \quad k \in D \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.18)$$

kısıtı modele eklenir.

- Depo düğümleri için akış korunumunun sağlanması gerektiğinden;

$$\sum_{j \in V} x_{kj}^k - \sum_{j \in V} x_{jk}^k = 0 \quad k \in D \quad (4.19)$$

kısıtı yazılır.



- Depolardan ilk ziyaret edilen düğümlere varış zamanının, depo-düğüm arasındaki süreye eşit olması gerektiğinden;

$$t_j - \sum_{i \in D} c_{ij} x_{ij}^i \geq 0 \quad j \in V \quad (4.20)$$

$$t_j + \sum_{i \in D} (b_j - c_{ij}) x_{ij}^i \leq b_j \quad j \in V \quad (4.21)$$

kısıtları yazılır.

- Alt turların engellenmesi gerektiğinden;

$$s_i - t_j + \sum_{k \in D} (b_i + c_{ij}) x_{ij}^k \leq b_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.22)$$

$$t_j - s_i + \sum_{k \in D} (b_j - a_i - c_{ij}) x_{ij}^k \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.23)$$

kısıtları modele eklenir.

Bir önceki bölümde, ÇZPTP için geliştirilen (3.8) ve (3.9) numaralı kısıtlar ile (3.15) numaralı amaç fonksiyonu YM1D1 olarak kısaltılan yeni model için de geçerlidir. Bu kısıtlar ve amaç fonksiyonu aşağıda sırasıyla (4.24), (4.25) ve (4.27) ile kodlanmıştır.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

#### Matematiksel model

$$\sum_{j \in V} x_{kj}^k = m_k \quad k \in D \quad (4.16)$$

$$\sum_{k \in D} x_{kj}^k + \sum_{k \in D} \sum_{i \in V} x_{ij}^k = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.17)$$

$$x_{kj}^k + \sum_{i \in V} x_{ij}^k - x_{jk}^k - \sum_{i \in V} x_{ji}^k = 0 \quad k \in D \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.18)$$

$$\sum_{j \in V} x_{kj}^k - \sum_{j \in V} x_{jk}^k = 0 \quad k \in D \quad (4.19)$$

$$t_j - \sum_{i \in D} c_{ij} x_{ij}^i \geq 0 \quad j \in V \quad (4.20)$$

$$t_j + \sum_{i \in D} (b_j - c_{ij}) x_{ij}^i \leq b_j \quad j \in V \quad (4.21)$$

$$s_i - t_j + \sum_{k \in D} (b_i + c_{ij}) x_{ij}^k \leq b_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.22)$$

$$t_j - s_i + \sum_{k \in D} (b_j - a_i - c_{ij}) x_{ij}^k \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.23)$$

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (4.24)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (4.25)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad i \in V' \quad j \in V \quad k \in D \quad i \neq j \quad (4.26)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (4.27)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup,  $2n^2+2d^2-3dn+3n-d$  sayıda kısıta ve  $dn^2-nd^2-d^2-d$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkenine sahiptir.

#### 4.4.2. Depolarda tamirci sayıları sabit: YM1D2

Yapılan çalışma kapsamında DZPTP için geliştirilen ikinci matematiksel modelde, her depodaki tamirci sayılarının başlangıçta ve bitişte değişmediği durum üzerinde durulmuştur. Depolardan çıkan tamirci sayıları ile günün sonunda depolara dönen tamirci sayıları aynı olmalıdır. YM1D1 modelindeki parametreler,  $s_i$  ile  $t_i$  karar değişkenleri ve amaç fonksiyonu bu modelde de kullanılmıştır.

##### Karar değişkenleri

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{eğer tamirci } i \text{ düğümünden } j \text{ düğüme geçerse} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

##### Kısıtlar

- Depolardan ilk ziyaret edilen düğümlere varış zamanının, depo-düğüm arasındaki süreye eşit olması gerektiğinden;

$$t_j - \sum_{i \in D} c_{ij} x_{ij} \geq 0 \quad j \in V \quad (4.28)$$

$$t_j + \sum_{i \in D} (b_j - c_{ij}) x_{ij} \leq b_j \quad j \in V \quad (4.29)$$

kısıtları yazılır.

- Her depo için çıkan tamirci sayısı ile giren tamirci sayısının eşit olması gerektiğinden;

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = m_i \quad i \in D \quad (4.30)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = m_j \quad j \in D \quad (4.31)$$

kısıtları eklenir.

Bir önceki bölümde, ÇZPTP için geliştirilen (3.8), (3.9), (3.25), (3.26) ve (3.35) numaralı kısıtlar YM1D2 olarak kısaltılan yeni model için de geçerlidir. Bu kısıtlar aşağıda (4.24), (4.25), (4.32), (4.33) ve (4.35) ile kodlanmıştır. YM1D2 modelinde çok depo sözü konusu olduğu için, ÇZPTP için geliştirilen (3.34) numaralı kısıt, YM1D2 modelinde (4.34) numaralı kısıta dönüştürülmüştür.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

Matematiksel model

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.32)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (4.33)$$

$$s_i - t_j + (b_i + c_{ij})x_{ij} \leq b_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.34)$$

$$t_j - s_i + (b_j - a_i - c_{ij})x_{ij} \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.35)$$

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (4.24)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (4.25)$$

$$t_j - \sum_{i \in D} c_{ij}x_{ij} \geq 0 \quad j \in V \quad (4.28)$$

$$t_j + \sum_{i \in D} (b_j - c_{ij})x_{ij} \leq b_j \quad j \in V \quad (4.29)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = m_i \quad i \in D \quad (4.30)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = m_j \quad j \in D \quad (4.31)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i = 0, \dots, n \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.36)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (4.27)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup,  $2n^2+2d^2-4dn+3n-d$  sayıda kısıta ve  $dn^2-nd^2-d^2-d$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkenine sahiptir.

#### 4.4.3. Farklı depolardan çıkış tek depoya dönüş: YM1D3

Yapılan çalışma kapsamında DZPTP için geliştirilen üçüncü matematiksel modelde, tamircilerin birden fazla farklı depolardan yola çıktığı ancak müşterileri ziyaret ettikten sonra bütün tamircilerin tek bir depoya döndüğü durum üzerinde durulmuştur. YM1D2 modelindeki parametreler, karar değişkenleri ve amaç fonksiyonu bu modelde de kullanılmıştır.

Parametre

*TM*: toplam tamirci sayısı

### Kısıtlar

- Her düğüme bir giriş ve her düğümden bir çıkış olmasını gerektiğinden;

$$\sum_{j \in V \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (4.37)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.38)$$

kısıtları yazılır.

- Tüm tamircilerin tek bir depoya giriş yapması gerektiğinden;

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = TM \quad (4.39)$$

olarak yazılır.

DZPTP için geliştirilen YM1D2 modelindeki (4.24), (4.25), (4.28)-(4.30), (4.34) ve (4.35) numaralı kısıtlar YM1D3 olarak kısaltılan yeni model için de geçerlidir.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

### Matematiksel model

$$\sum_{j \in V \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (4.37)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.38)$$

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (4.24)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (4.25)$$

$$s_i - t_j + (b_i + c_{ij})x_{ij} \leq b_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.34)$$

$$t_j - s_i + (b_j - a_i - c_{ij})x_{ij} \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.35)$$

$$t_j - \sum_{i \in D} c_{ij}x_{ij} \geq 0 \quad j \in V \quad (4.28)$$

$$t_j + \sum_{i \in D} (b_j - c_{ij})x_{ij} \leq b_j \quad j \in V \quad (4.29)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = m_i \quad i \in D \quad (4.30)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i0} = TM \quad (4.39)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, n \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.40)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (4.27)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup,  $2n^2 - 4dn + 2d^2 + 4n - 7d + 1$  sayıda kısıta ve  $n^2 - nd - n$  sayıda 0-1 tamsayı karar değişkenine sahiptir.

#### 4.4.4. Tek depodan çıkış farklı depolara giriş: YM1D4

Yapılan çalışma kapsamında DZPTP için geliştirilen dördüncü matematiksel modelde, tamircilerin tek depodan yola çıktığı ancak müşterileri ziyaret ettikten sonra tamircilerin farklı depolara döndüğü durum üzerinde durulmuştur. YM1D2 modelindeki parametreler, karar değişkenleri ve amaç fonksiyonu bu modelde de kullanılmıştır.

##### Parametre

$TM$ : toplam tamirci sayısı

##### Kısıtlar

- Her düğüme bir giriş ve her düğümden bir çıkış olmasını gerektirdiğinden;

$$\sum_{i \in V \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.41)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (4.42)$$

kısıtları yazılır.

- Tüm tamircilerin tek bir depodan çıkış yapması gerektirdiğinden;

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = TM \quad (4.43)$$

kısıtı eklenir.

DZPTP için geliştirilen YM1D2 modelindeki (4.24), (4.25), (4.28), (4.29), (4.31), (4.34) ve (4.35) numaralı kısıtlar YM1D4 olarak kısaltılan yeni model için de geçerlidir.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

##### Matematiksel model

$$\sum_{i \in V \cup \{0\}} x_{ij} = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.41)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (4.42)$$

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (4.24)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (4.25)$$

$$s_i - t_j + (b_i + c_{ij})x_{ij} \leq b_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.34)$$

$$t_j - s_i + (b_j - a_i - c_{ij})x_{ij} \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.35)$$

$$t_j - \sum_{i \in D} c_{ij}x_{ij} \geq 0 \quad j \in V \quad (4.28)$$

$$t_j + \sum_{i \in D} (b_j - c_{ij})x_{ij} \leq b_j \quad j \in V \quad (4.29)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = m_j \quad j \in D \quad (4.31)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = TM \quad (4.43)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i \in \{0\} \cup V \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.44)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (4.27)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup,  $2n^2-4dn+2d^2+4n-7d+1$  sayıda kısıta ve  $n^2-nd-n$  sayıda 0-1 tamsayıli karar değişkenine sahiptir.

#### 4.4.5. Depo çıkış/giriş koşulu Yok: YM1D5

Yapılan çalışma kapsamında DZPTP için geliştirilen beşinci matematiksel modelde, tüm tamircilerin herhangi bir depodan çıkması ve müşterileri ziyaret ettikten sonra herhangi bir depoya dönmeleri üzerinde durulmuştur. YM1D2 modelindeki parametreler, karar değişkenleri ve amaç fonksiyonu bu modelde de kullanılmıştır.

##### Kısıtlar

- Her tamirci herhangi bir depodan çıkıp yine herhangi bir depoya döneceğinden;

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in D} x_{ij} = TM \quad (4.45)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{i \in D} x_{ij} = TM \quad (4.46)$$

kısıtları yazılır.

DZPTP için geliştirilen YM1D2 modelindeki (4.24), (4.25), (4.28), (4.29), (4.32)-(4.35) numaralı kısıtlar YM1D5 olarak kısaltılan yeni model için de geçerlidir.

Yukarıda ayrıntıları açıklanan model, toplu olarak aşağıda verilmiştir.

##### Matematiksel model

$$s_i \geq a_i \quad i \in V \quad (4.24)$$

$$s_i \leq b_i \quad i \in V \quad (4.25)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij} = 1 \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.32)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij} = 1 \quad i \in V \quad i \neq j \quad (4.33)$$

$$s_i - t_j + (b_i + c_{ij})x_{ij} \leq b_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.34)$$

$$t_j - s_i + (b_j - a_i - c_{ij})x_{ij} \leq b_j - a_i \quad i, j \in V \quad i \neq j \quad (4.35)$$

$$t_j - \sum_{i \in D} c_{ij} x_{ij} \geq 0 \quad j \in V \quad (4.28)$$

$$t_j + \sum_{i \in D} (b_j - c_{ij}) x_{ij} \leq b_j \quad j \in V \quad (4.29)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in D} x_{ij} = TM \quad (4.45)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{i \in D} x_{ij} = TM \quad (4.46)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad i = 0, \dots, n \quad j \in V \quad i \neq j \quad (4.36)$$

kısıtları altında

$$Enk \sum_{i \in V} s_i \quad (4.27)$$

Bu model düğüm tabanlı bir yapıda olup,  $2n^2+2d^2-4dn+4n-6d+2$  sayıda kısıta ve  $n^2-dn-d-1$  sayıda 0-1 tamsayılı karar değişkenine sahiptir.

#### 4.5. Sayısal Analizler

Bu kesimde, DZPTP için yapılan sayısal analizlere yer verilmiş olup, analizler iki kısımda toplanmıştır. İlk kısım, kaynaklarda kapasite kısıtlı DTP için var olan Ruiz and Voß [42] modelinin DZPTP'ye dönüştürülmüş hali ile YM1D5 modeli ele alınarak yapılan sayısal analizlerden oluşmaktadır. Kaynaklarda DTP için var olan iki matematiksel modelin ilki olan Ruiz and Voß modelinde her tamirci herhangi bir depodan çıkıp yine herhangi bir depoya dönebilmektedir. Kapasite kısıtlı DTP için kaynaklarda var olan Wang et al. [43] modelinde ise her tamircinin bir depodan çıkma zorunluluğu yoktur ve her depodan çıkış yapacak tamirci sayısına üst sınır getirilmiştir. Tamirciler ve depolar arasındaki ilişkide tek farklılık bu şekilde yapılmıştır. Bu nedenle, Ruiz and Voß modeli daha genel bir durumu yansıttığı için sayısal analizlerde kullanılmasına karar verilmiştir. Ancak, bu model kapasite kısıtlı DTP problemi için geliştirilmiş olduğundan Ruiz and Voß modeli, DZPTP'ye uyarlanarak ele alınmıştır. Bu uyarılama için kapasite kısıtı kaldırılmış ve modelde;

$$y_i^k = \begin{cases} 1, & \text{eğer } k \text{ tamircisi } i. \text{ düğüme uğramışsa} \\ 0, & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

karar değişkeni tanımlanarak;

$$\sum_{k \in K} t_i^k \geq a_i \quad (4.47)$$

$$\sum_{k \in K} t_i^k \leq b_i \quad (4.48)$$

$$t_i^k \leq My_i^k \quad i \in V \quad k \in K \quad (4.49)$$

$$\sum_{k \in K} y_i^k = 1 \quad i \in V \quad (4.50)$$

kısıtları modele eklenmiştir. Bu koşullar altında öncelikle, DZPTP'nin 5 farklı durumu için geliştirilen modellerden YM1D5 modeli, dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeli ile aynı probleme çözüm bulduğu için karşılaştırmalı sayısal analize tabi tutulmuştur.

İkinci kısımda ise DZPTP için geliştirilen diğer 4 modelin performanslarını görmek amacıyla yapılan sayısal analizlere yer verilmiştir. Kaynaklarda Cordeau et al. [62] tarafından çok depolu zaman pencereli araç rotalama problemi için geliştirilen test problemleri kullanılmıştır. Toplamda 10 adet problem olup, müşteri sayısı 48 ile 288 arasında değişmektedir. Depo sayısı 4 veya 6 olarak ele alınmıştır. Ele alınan problemlerdeki tamirci sayıları kullanıldığında, bazı problemler için süre sınırı içerisinde matematiksel modeller ile eniyi çözümlere ulaşamadığı görülmüştür. Dolayısıyla, tamirci sayıları artırılarak sayısal analizlerde kullanılmış ve süre sınırı içerisinde eniyi çözümlere ulaşılabilmiştir. Bu sebeple, tamirci sayıları 2 ile 60 arasında değişmektedir. Problem grupları her bir düğüm için koordinat değerlerini içermektedir ve düğümler arası geçiş süreleri matrisi Öklid uzaklığına göre hazırlanarak kullanılmıştır. Tüm problemler için CPLEX 12.5.0.1 paket programı ve Intel Core i7-3630QM CPU 2.40 GHz ve 16 GB RAM özelliklerinde bilgisayar kullanılarak eniyi çözümler araştırılmıştır. Tüm çözümler için CPU süresi üst sınırı 7200 saniye olarak alınmıştır. Sayısal analizlerde CPU süreleri ve doğrusal programlama gevşetme değerlerinin eniyi değerden oransal sapmaları temel alınmıştır. Sapma oranları hesaplanırken  $z_{lp}$  doğrusal programlama gevşetme değerini ve  $z_{opt}$  eniyi çözüm değerini ifade etmek üzere,  $100(z_{opt} - z_{lp}) / (z_{opt})$  formülasyonu kullanılmıştır. Matematiksel modellerde kullanılan M değeri için 100000 alınmıştır.

#### **4.5.1. YM1D5 modeli ve dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeli için CPU süreleri ve sapma oranları**

Çalışma kapsamında geliştirilen YM1D5 modeli ve dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeli CPU süreleri ve sapma oranları açısından sayısal analize tabi tutulmuştur. Cordeau et al. [62] tarafından üretilen problemler kullanılarak elde edilen sonuçlar Tablo 4.1.'de verilmiştir.



Tablo 4.1. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerin YM1D5 ve dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeli için CPU süreleri (sn) ve sapma oranları

Problem	Müşteri	Depo	Tamirci	YM1D5	Dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeli	YM1D5	Dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeli
				CPU (sn)	CPU (sn)	Sapma Oranı	Sapma Oranı
pr01	10	4	2	0,16	0,83	0	0
pr01	15	4	3	0,17	52,13	0	0
pr01	20	4	3	0,53	225,86	0	0
pr01	48	4	5	29,08	-	0,018	-
pr02	96	4	12	334,66	-	0	-
pr03	144	4	19	1335,17	-	0	-
pr04	192	4	32	716,16	-	0	-
pr05	240	4	45	636,72	-	0	-
pr06	288	4	50	1137,03	-	0	-
pr07	72	6	10	92,88	-	0,003	-
pr08	144	6	20	937,97	-	0	-
pr09	216	6	30	361,50	-	0	-
pr10	288	6	40	1201,53	-	0	-

Tablo 4.1.'de, pr01 problemi için depo sayısı 4 olup, müşteri sayıları 10, 15, 20, 48 tamirci sayıları ise sırasıyla 2, 3, 3 ve 5 olarak alınıp sonuçlar incelenmiştir. CPU sürelerine bakıldığında, YM1D5 modelinin çok hızlı eniyi çözümlere ulaştığı ancak, dönüştürülmüş Ruiz and Voß modelinin en fazla 20 müşteri için eniyi çözüme ulaşabildiği görülmüştür. pr01 modeli için müşteri sayısı 48 ve tamirci sayısı 5 olduğunda dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeli süre sınırına takılmış ve eniyi çözüme ulaşamamıştır. YM1D5 modeli ise, müşteri sayısı 10'dan 288'e kadar ele alınan tüm problemlerde, süre sınırı içerisinde eniyi çözümlere ulaşmıştır. Sapma oranları için elde edilen değerlere bakıldığında ise benzer sonuçların elde edildiği görülmüştür.

#### 4.5.2. YM1D1, YM1D2, YM1D3 ve YM1D4 modelleri için CPU süreleri ve sapma oranları

Çalışma kapsamında geliştirilen diğer 4 matematiksel model için Cordeau et al. [62] tarafından üretilen problemler kullanılarak CPU süreleri ve sapma oranları açısından sayısal analizler yapılmıştır. CPU süreleri için elde edilen sonuçlar Tablo 4.2.'de verilmiştir.

Tablo 4.2. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerin geliştirilen diğer modeller için CPU süreleri (sn)

Problem	Müşteri	Depo	YM1D1	YM1D2	YM1D3	YM1D4
pr01	48	4	280,17 (2)	6,25 (2)	7,13 (2)	9,69 (2)
pr02	96	4	1015,39 (6)	244,33 (4)	347,89 (3)	371,55 (3)
pr03	144	4	156,83 (19)	720,45 (6)	894,36 (6)	774,05 (6)
pr04	192	4	267,58 (32)	2393,22 (8)	1254,3 (10)	734,94 (10)
pr05	240	4	390,58 (35)	582,98 (14)	966,22 (14)	516,09 (14)
pr06	288	4	1054,1 (40)	1948,1 (18)	642,89 (16)	2337,2 (16)
pr07	72	6	68,16 (5)	10,16 (3)	30,34 (2)	31,66 (2)
pr08	144	6	238,80 (15)	116,31 (6)	729,42 (4)	496,87 (4)
pr09	216	6	184,52 (30)	461,61 (9)	391,27 (9)	267,45 (9)
pr10	288	6	529,48 (40)	274,97 (18)	1208,9 (12)	1626,9 (12)

Tablo 4.2.'deki sonuçlar incelendiğinde, müşteri sayıları 48 ile 288 arasında değişen, depo sayısı ise 4 veya 6 olarak ele alınan tüm problemler için, geliştirilen dört modelin de eniyi çözümlere ulaşabildiği görülmüştür. Parantez içerisinde belirtilen değerler tamirci sayılarını ifade etmektedir. Cordeau et al. [62] tarafından üretilen problemlerin geliştirilen diğer modeller için elde edilen sapma oranları Tablo 4.3.'te sunulmuştur.

Tablo 4.3. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerin geliştirilen diğer modeller için sapma oranları

Problem	Müşteri	Depo	YM1D1	YM1D2	YM1D3	YM1D4
pr01	48	4	0,002	0,002	0,009	0,002
pr02	96	4	0	0	0	0
pr03	144	4	0	0	0	0

Tablo 4.3. devam ediyor.

pr04	192	4	0	0	0	0
pr05	240	4	0	0	0	0
pr06	288	4	0	0	0	0
pr07	72	6	0	0	0,001	0,001
pr08	144	6	0	0	0	0,005
pr09	216	6	0	0	0	0
pr10	288	6	0	0	0	0

Tablo 4.3.'teki sonuçlar incelendiğinde, geliştirilen modellerin sapma oranları yönüyle de oldukça küçük değerlere sahip olduğu görülmüştür. Bu analizlerin yanı sıra farklı depo sayıları ve farklı tamirci sayıları için de geliştirilen modellerin performansı incelenmiş ve izleyen kesimde sonuçlar sunulmuştur.

#### 4.5.3. Yeni modellerin farklı depo ve tamirci sayıları için performans analizi

Geliştirilen matematiksel modellerin farklı depo sayıları ve tamirci sayıları için performansları incelenmiştir. Bu kapsamda, pr01 problemi ele alınarak farklı depo sayılarına göre geliştirilen modeller için CPU süreleri araştırılmış ve Tablo 4.4.'te sonuçlar sunulmuştur.

Tablo 4.4. pr01 probleminde farklı depo sayılarına göre geliştirilen modeller için CPU süreleri (sn)

Problem	Müşteri	Depo	YM1D1	YM1D2	YM1D3	YM1D4	YM1D5
pr01	48	4	280,1 (2)	6,25 (2)	7,13 (2)	9,69 (2)	29,08 (5)
pr01	48	6	191,8 (2)	3,36 (2)	3,11 (2)	3,83 (2)	18,99 (5)
pr01	48	8	221,2 (2)	1,11 (2)	1,02 (2)	1,50 (2)	21,33 (5)
pr01	48	10	25,89 (2)	0,97 (2)	0,58 (2)	1,00 (2)	26,28 (5)
pr01	48	12	14,14 (2)	0,95 (2)	0,50 (2)	1,11 (2)	29,55 (5)

Geliştirilen modellerin 48 müşteri için depo sayısı 4 ile 12 arasında değişen 5 farklı değer ele alınarak analizleri yapılmıştır. Tablo 4.4.'teki sonuçlar incelendiğinde depo sayısı arttığında genel olarak CPU sürelerinin azaldığı ve eniyi çözüme daha hızlı ulaşıldığı

söylenmektedir. Bunun yanı sıra farklı tamirci sayıları için de performans analizi yapılmıştır. Bu analiz için pr02 problemi ele alınmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 4.5.'te sunulmuştur.

Tablo 4.5. pr02 probleminde farklı tamirci sayılarına göre geliştirilen modeller için CPU süreleri (sn)

Problem	Müşteri	Depo	YM1D1	YM1D2	YM1D3	YM1D4	YM1D5
pr02	96	4	1015,3 (6)	244,3 (4)	347,8 (3)	371,5 (3)	334,6 (12)
pr02	96	4	1209,74(7)	42,58 (5)	125,3 (4)	69,24 (4)	287,6 (13)
pr02	96	4	1058,5 (8)	19,58 (6)	59,50 (5)	49,97 (5)	250,9 (14)
pr02	96	4	373,81 (9)	10,30 (7)	15,53 (6)	16,66 (6)	75,66 (15)
pr02	96	4	351,3 (10)	4,66 (8)	10,28 (7)	9,45 (7)	55,76 (16)

Tablo 4.5.'teki sonuçlara bakıldığında, 96 müşteri için depo sayısı 4 olarak alınıp, her model için farklı tamirci sayıları ele alınarak analizler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde, tamirci sayıları artığı durumda CPU sürelerinde genel olarak azalma olduğu görülmektedir.

#### 4.6. Değerlendirme

Bu bölümde, DZPTP için beş farklı duruma cevap verecek  $O(n^2)$  büyüklüğünde 0-1 karar değişkenine ve  $O(n^2)$  büyüklüğünde kısıta sahip matematiksel modeller geliştirilmiştir. DZPTP için kaynak taraması yapıldığında matematiksel model veya sezgisel yaklaşım bulunmadığı, yalnızca kapasite kısıtlı DTP için iki matematiksel model bulunduğu tespit edilmiştir. Bu iki matematiksel modelin birbiri ile temel olarak aynı olduğu görülmüştür.

DZPTP için tamircilerin depolarının sabit olduğu, depolarda tamirci sayılarının değişmediği, farklı depolardan çıkıp tek depoya dönüşün olduğu, tek depodan çıkıp farklı depolara dönüşün olduğu ve depo giriş/çıkış koşulunun olmadığı durumlar ele alınmıştır. Bunlardan son dört duruma cevap verebilecek matematiksel modeller, bir önceki bölümde homojen ÇZPTP için geliştirilen kYM1Hom modelinin kısıtlarında küçük değişimler yapılarak elde edilmiştir. İlk duruma yönelik geliştirilen matematiksel modelde, var olan 0-1 tamsayı karar değişkenine üçüncü bir indis eklenerek farklı bir yapıya dönüştürülmüştür.

Sayısal analizlerin ilk bölümünde, gerekli değişimler yapılarak DZPTP'ye dönüştürülmüş olan Ruiz and Voß modeli, YM1D5 modeli ile karşılaştırmalı sayısal analize tabi tutulmuştur. Elde edilen sonuçlar CPU süreleri ve oransal sapmalar yönüyle incelenmiştir. YM1D5 modeli 288 düğüme kadar olan problemlerde eniyi çözümleri yakalarken, dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeli yalnızca 20 düğümlü problemlerde eniyi çözümlere ulaşmıştır. Her iki modelin de eniyi çözümlere ulaştığı problemlerde ortalama CPU süresine bakıldığında, YM1D5 modelinin performansının dönüştürülmüş Ruiz and Voß modeline göre yaklaşık 10 kat daha hızlı olduğu görülmüştür. İkinci bölümde ise, geliştirilen diğer dört modelin de kendi içinde CPU süreleri ve oransal sapmalar yönüyle performansları incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara bakıldığında tamirci sayıları farklılaşarak, diğer dört modelin de tüm problemleri çözebildiği görülmüştür. Sapma oranları için değerler incelendiğinde de benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bu analizlere ek olarak, geliştirilen modellerin performansları farklı tamirci sayıları ve farklı depo sayıları için de analiz edilmiştir. Tamirci sayısı veya depo sayısı arttığında CPU süresinde azalma olmuştur. Sonuç olarak, geliştirilen modellerin çoğu gerçek hayat probleminde doğrudan kullanılabilirliği ve önerilecek yeni sezgisellerin performans analizleri için de bilimsel bir araç oldukları görülmüştür.

DZPTP için ele alınan bazı problemlerdeki gerçek tamirci sayıları kullanıldığında, matematiksel modeller ile süre sınırı içinde eniyi çözümlere ulaşılamaması sebebiyle tamirci sayılarında artış yapılmıştır. Tamirci sayıları azaltılarak kaynaklarda var olan değerlere yaklaştıkça, matematiksel modelin çözüm süresi bağlı olarak artmaktadır. Dolayısıyla, bu durum hem var olan problemlere ait değerlerin farklı şekilde kullanılmasına, hem de eniyi çözümlere ulaşmak için geçen sürenin oldukça artmasına neden olmaktadır. Sayısal analizlerde kullanılan en büyük boyutlu problem 288 müşterili 6 depolu ve 12 tamircili olup, sayısal analizlerde bazı modeller için tamirci sayısı oldukça artırılarak ele alınmıştır. İzleyen bölümde, DZPTP için büyük boyutlu problemlere makul zamanda eniyi ya da eniyiye yakın çözümler bulabilmek için sezgisel algoritma geliştirilmiştir.

## 5. ÇOK DEPOLU ZAMAN PENCERELİ TAMİRCİ PROBLEMİ İÇİN GELİŞTİRİLEN METASEZGİSEL ALGORİTMA

Bu bölümde çok depolu zaman pencereci tamirci problemi (DZPTP) için geliştirilen Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme (BTE) algoritmasına dayalı çözüm yaklaşımı ayrıntılı olarak sunulmuştur. Bu kapsamda öncelikle, BTE algoritmasının özellikleri, genel işleyişi ve adımlarına değinilmiş, ardından DZPTP için kullanılan çözüm gösterimi, başlangıç yığının oluşturulması, uygunluk değerinin hesaplanması ve DZPTP çözümüne yönelik önerilen BTE algoritmasının adımları detaylı olarak açıklanmıştır. Daha sonra, DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasının performansını değerlendirmek amacıyla kullanılan etkinlik ölçütleri ve test problemleri tanıtılmıştır. Algoritmanın eniyi parametre düzeylerini belirlemek için uygulanan  $3^k$  faktöriyel tasarım hakkında bilgi verilmiştir. Önerilen BTE algoritmasının performansını incelemek için sayısal analizler yapılarak sonuçlar değerlendirilmiştir.

### 5.1. Kaynak Taraması

DZPTP'nin NP-zor olması [7] nedeniyle, bir önceki bölümde de değinildiği üzere, Cordeau et al. [62] tarafından geliştirilen problemlerin bazıları için orijinal verilerindeki 2 ile 12 arasında değişen tamirci sayıları kullanıldığında, belirlenen süre sınırı içerisinde matematiksel modeller ile eniyi çözümlere ulaşamamaktadır. Bu problemlerde tamirci sayılarında artış yapılarak süre sınırı içerisinde eniyi çözümlere ulaşılabilmiştir. Tamirci sayıları azaltılarak problemlerin orijinal değerlerine yaklaştıkça, matematiksel modelin çözüm süresinde artma olmaktadır. Bu durum, hem problem verilerinin gerçek anlamda kullanılamamasına, hem de eniyi çözümlere ulaşmanın oldukça zaman almasına neden olmaktadır. Bu sebeple, gerçek hayat uygulamalarında kabul edilebilirliği daha yüksek olan makul zamanda eniyiye yakın bir çözüm elde edebilmek için metasezgisel bir algoritma geliştirilmesi hedeflenmiştir.

DZPTP için kaynaklar incelendiğinde, sezgisel yöntem ile çözüm geliştiren herhangi bir yayın bulunmamaktadır. Zaman penceresini ele almayan DÇTP problemi için yapılmış çalışmalar incelendiğinde, bu alanda yapılmış ilk çalışmalarda yaklaşım algoritmalarının kullanıldığı görülmüştür [38, 37, 40, 61]. Algoritmalarda farklı yaklaşım oranları önerilmiş ve eniyi çözümün önerilen yaklaşım oranı katından daha kötü olmayan çözüm üretildiği gösterilmiştir. DÇTP problemi için 2020 yılında matematiksel model içeren iki çalışma

bulunmaktadır. Bunlardan ilki Ruiz and Voß [42] tarafından yapılmış olup, sezgisel yaklaşım olarak bir algoritma önerilmiştir. 2020 yılında Wang et al. [43] tarafından yapılan çalışmada ise, “Değiştirme tabanlı yerel arama- (Perturb-based Local Search)” isimli bir algoritma geliştirilmiştir. Wang et al. [43] yaptıkları sayısal analizlerde, geliştirmiş oldukları algoritmanın yanı sıra “Açgözlü rassal uyarlamalı arama prosedürü- (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)”, “Değişken komşu arama- (Variable Neighborhood Search)”, ve Ruiz and Voß [42] tarafından geliştirilmiş olan “POPMUSIC” algoritmalarını sayısal analizle karşılaştırmışlardır. Bu analiz sonucunda hem çözüm kalitesi hem de çözüm zamanı açısından değiştirme tabanlı yerel arama algoritmasının diğer yöntemlere göre daha üstün olduğu görülmüştür.

Kaynaklarda DÇTP problemi için kullanılan yaklaşık yöntemler incelendiğinde, yaklaşım algoritmaları ve sezgisel algoritmaların geliştirildiği görülmüştür. Sezgisel algoritmalar incelendiğinde ise tek çözüme dayalı yöntemlerin kullanıldığı tespit edilmiştir. Bu bağlamda, yığın tabanlı arama yapan yöntemler hiçbir çalışmada ele alınmamıştır. 2020 yılında Elshaer and Awad [63] tarafından araç rotalama problemi ve uzantıları için kullanılan metasezgisel yöntemlerle ilgili bir kaynak taraması yapılmıştır. Bu çalışmada genetik algoritmanın rotalama problemlerinde yığın tabanlı arama yapan metasezgiseller arasında en çok uygulanan yöntem olduğu gösterilmiştir. Salehi and Masoumi [64] tarafından 2020 yılında yapılan çalışmada ise yığın tabanlı bir metasezgisel yöntem olan BTE algoritması, kenar birleştirme çaprazlama yöntemi kullanılarak gezgin satıcı problemi için karma (hibrit) bir algoritma geliştirilmiştir. Gezgin satıcı probleminin çözümü için uygulanan bu algoritmanın genetik algoritma, parçacık sürü algoritması, tavlama benzetimi ve diferansiyel gelişim algoritması gibi birçok metasezgisel yöntemden çok daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Ayrıca, 2015 yılında Berghida and Boukra [65] çalışmalarında heterojen araçlı, geri toplama ve zaman pencereci araç rotalama problemi için BTE algoritması tavlama benzetimi ile karma şekilde kullanılmıştır. Karınca kolonisi ve kuş sürüsü algoritması ile karşılaştırılarak daha iyi sonuç verdiği gösterilmiştir. Bu tez kapsamında ise DZPTP için BTE algoritması geliştirilmiştir.

BTE algoritmasının çizelgeleme problemleri [66,67], tedarik zinciri tasarım problemleri [68,69], gezgin satıcı problemleri [64,65] gibi birçok problemin çözümünde uygulandığı görülmektedir. BTE algoritmasının uygulandığı çalışmalarda parametre setinin belirlenmesi aşamasında bilimsel bir yöntemle dayalı olarak ilerleyen tek bir çalışma bulunmaktadır. Bu çalışma 2016 yılında yapılmış olup çizelgeleme problemine BTE algoritması ile çözüm bulunmuştur [67]. Burada parametre değerlerini belirlemek adına

Taguchi tasarımı kullanılmış ancak, bir problem seti için bulunan parametre değerleri problem boyutu dikkate alınmaksızın tüm problemlere uygulanmıştır. Bu yönden bakıldığında yapılan çalışmada eksiklikler olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla, BTE algoritmasında eniyi parametre değerlerini belirlemek için deney tasarımının uygulandığı çalışmalar açısından da yeterli kaynağın olmadığı görülmüştür.

BTE algoritmasının farklı şekillerde karma olarak da kullanıldığı çalışmalar bulunmaktadır. Doğrusal olmayan göç operatörünün kullanılması, üstel logaritmik göç operatörü kullanımı, mutasyon operatöründe Gaussian, Cauchy ve Levy mutasyonunun kullanılması ve tavlama benzetimi ile BTE algoritmasının kullanımı gibi farklı karma yöntemler geliştirildiği görülmüştür [64].

## **5.2. Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme Algoritmasına Dayalı Çözüm Yaklaşımı**

Bu kesimde BTE algoritmasının genel özellikleri ve algoritma adımları anlatılarak, DZPTP için çözüm gösterimi, başlangıç yığınının oluşturulması ve uygunluk değerinin hesaplanması ile ilgili bilgiler sunulmuştur. Ardından, tez kapsamında DZPTP için önerilen BTE algoritmasının adımları verilmiştir.

### **5.2.1. Biyocoğrafya tabanlı eniyileme algoritması**

Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme (BTE) 2008 yılında Simon [70] tarafından geliştirilen yığın tabanlı arama yapan bir metasezgisel yöntemdir. Bu yöntem geliştirilirken doğadaki canlı türlerinin yaşam alanlarındaki, yani habitatlar arasındaki doğal göç hareketinden esinlenilmiştir. BTE algoritmasının temel özellikleri şu şekildedir;

- Göç ve mutasyon olmak üzere iki operatör kullanılmaktadır.
- Her habitat bir aday çözümü ifade etmektedir ve uygunluk değerine sahiptir.
- Her habitatın uygunluk değerini uygunluk değişkenleri olarak isimlendirilen yağış, sıcaklık ve bitki örtüsü gibi biyolojik parametreler etkilemektedir.
- Uygunluk değişkenleri habitat boyutunun sayısı kadar olmaktadır.
- Habitatlar arası göç, uygunluk değerine dayalı olarak gerçekleşir.
- Her habitat göç alma ve göç verme oranlarına sahiptir.
- Yüksek uygunluk değerine sahip habitatlar, yüksek sayıda canlı türüne, düşük göç alma oranına ve yüksek göç verme oranına sahiptir.
- Düşük uygunluk değerine sahip habitatlar ise, düşük sayıda canlı türüne, yüksek göç alma oranına ve düşük göç verme oranına sahiptir.



- Yüksek uygunluk değerine sahip habitatlar yani iyi çözümler kendi özelliklerini kötü çözümler ile paylaşarak kötü çözümleri iyileştirme eğilimindedir (göç verme).
- Düşük uygunluk değerine sahip habitatlar yani kötü çözümler ise iyi çözümlerin özelliklerini alarak kendi çözümlerini daha kaliteli yapmak istemektedir (göç alma).

BTE algoritmasının Genetik Algoritma (GA) ile benzer ve farklı yönleri aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir;

#### Benzer yönler

- İki algoritma da yığın tabanlıdır.
- Doğadan esinlenen sezgiseller sınıfındadır.
- Stokastiktir.
- Çözümler arasında bilgi alışverişi yapar.
- Mutasyon operatörü kullanılır.

#### Farklı yönler

- GA biyolojik sistemlerin gelişim sürecini taklit ederken BTE doğadaki canlı türlerinin göç (yer değiştirme) sürecini taklit eder.
- BTE algoritmasında yeniden üretim işlemi yoktur.
- GA'da yığının genetik bilgileri kullanılarak yeni çözümler elde edilirken kullanılan çaprazlama operatörü yığından rassal olarak seçilen iki dizi arasında değişimi sağlar, doğadaki çoğalma mekanizması yani kromozomların taşınması taklit edilir, BTE'de ise bu işlemi gerçekleştiren göç operatörü uygulanırken iyi çözümlerin özellikleri alınarak kötü çözümler iyileştirilmeye çalışılır.

BTE algoritmasında habitatlar arası bilgi paylaşımı ve yeni habitatlar üretmek için göç operatörü kullanılmaktadır. Uygunluk değeri yüksek olan habitatların sahip oldukları türlerin bir kısmı göç ederek, uygunluk değeri düşük olan habitatlardaki tür sayısını arttırmaktadır. Böylece iyi çözümler kötü çözümler ile bilgi paylaşımı yaparak kötü çözümleri daha kaliteli hale getirmektedirler. Habitatlar arasındaki bu değişim için göç alma oranı olan  $\lambda$  ve göç verme oranı olan  $\mu$ 'dür ve hangi habitatlar arasında bilgi paylaşımı yapılacağına bu oranlar kullanılarak karar verilmektedir. Bu anlamda, yüksek uygunluk değerine sahip habitatların  $\lambda$  değeri düşük,  $\mu$  değeri ise yüksektir. Aynı şekilde, düşük uygunluk değerine sahip habitatların  $\lambda$  değeri yüksek,  $\mu$  değeri ise düşüktür. Böylece, iyi habitatların göç verme olasılığı yüksek olmakta, kötü habitatların ise göç alma olasılığı yüksek olmaktadır. Bu sistem, üretilen yeni habitatların uygunluk değerleri açısından daha kaliteli olmasını sağlamaktadır. Her  $i$ . habitat ( $H_i$ ) için  $\lambda_i$  ve  $\mu_i$  sırasıyla (5.1) ve (5.2)

numaralı eşitlikler ile hesaplanmaktadır [70].  $\lambda_i$  ve  $\mu_i$  değerleri, stokastik süreçler kapsamında yer alan doğum-ölüm süreçleri ile ilişkili olarak geliştirilmiştir. Doğum sürecinde,  $t$  zamanı ile  $t+\Delta t$  zaman aralığında bir doğum gerçekleşir ve sistemin durumu bir birim artar. Bu anlamda, BTE algoritmasında bir habitatın göç alması doğum süreci ile,  $\lambda_i$  değeri ise doğum oranı ile ilişkilendirilebilir. Aynı şekilde, ölüm sürecinde  $t$  zamanı ile  $t+\Delta t$  zaman aralığında bir ölüm gerçekleşir ve sistemin durumu bir birim azalır. Dolayısıyla, BTE algoritmasında bir habitatın göç vermesi ölüm süreci ile,  $\mu_i$  değeri ise ölüm oranı ile bağlantılıdır.

$$\lambda_i = I \left( 1 - \frac{k_i}{N} \right) \quad (5.1)$$

$$\mu_i = E \left( \frac{k_i}{N} \right) \quad (5.2)$$

(5.1) ve (5.2) numaralı eşitliklerde yer alan  $I$  ve  $E$  sırasıyla, göç alma oranı için en büyük değeri ve göç verme oranı için en büyük değeri ifade etmekte olup kullanıcı tarafından değeri atanan parametrelerdir. (5.1) ve (5.2) numaralı eşitliklerdeki  $k_i$  değeri ise uygunluk sırasını ifade etmektedir. Habitatların uygunluk değerleri hesaplandıktan sonra iyi habitattan kötü habitata doğru sıralanarak yığındaki eniyi habitat için  $k_i$  değeri yığın genişliğini simgeleyen YG sayısına eşit olmakta ve iyi habitattan kötü habitata doğru gittikçe  $k_i$  değeri birer azaltılmaktadır. BTE algoritmasına ait göç operatörünün işleyiş adımları Şekil 5.1.'de verilmiştir.

Başlangıç

$i=1$  olarak ata.

$i=YG$  oluncaya kadar Adım 1-10'u tekrarla.

*Adım 1.*  $H_i$  habitatı için  $\lambda_i$  'yi hesapla.

*Adım 2.* 0 ile 1 arasında rassal sayı,  $r$ , üret. Eğer  $r < \lambda_i$  ise Adım 3'e git, değilse Adım 10'a git.

*Adım 3.*  $j=1$  olarak ata.

*Adım 4.*  $H_j$  habitatı için  $\mu_j$ .

*Adım 5.* 0 ile 1 arasında  $r$  üret. Eğer  $r < \mu_j$  ise Adım 6'ya git, değilse Adım 9'a git.

*Adım 6.*  $H_j$  habitatından rassal bir düğüm seç, ( $s_j$ )

Şekil 5.1. BTE algoritmasına ait göç operatörü

*Adım 7.*  $H_i$  habitatında,  $s_1$  düğümünün pozisyonundaki düğümü seç, ( $s_2$ )

*Adım 8.*  $s_2$  yerine  $s_1$  ata.

*Adım 9.*  $j=j+1$  olarak ata.  $j \neq YG$  ise Adım 4'e git.

*Adım 10.*  $i=i+1$  olarak ata. Adım 1'e git.

Dur

Şekil 5.1. devam ediyor.

BTE algoritmasında çözüm uzayında arama yaparken yerel eniyi çözümlere takılmayı engellemek, çözüm uzayında farklı noktalara sıçrayabilmek ve aramayı çeşitlendirebilmek için mutasyon operatörü kullanılmaktadır. Yığılda bulunan habitatların mutasyona uğratılması kararı mutasyon oranı kullanılarak verilmektedir. Her habitat için mutasyon oranını ifade eden  $m_i$  değeri (5.3) numaralı eşitlik ile hesaplanmaktadır [70].

$$m_{o_i} = M_{max} \left( 1 - \frac{P_i}{P_{max}} \right) \quad (5.3)$$

(5.3) numaralı eşitlikte  $M_{max}$  ifadesi enbüyük mutasyon oranı anlamında kullanılmakta olup kullanıcı tarafından değeri atanan bir parametredir. Denge durumu olasılığını ifade eden  $P_i$  değeri (5.4) numaralı eşitlik ile hesaplanmakta olup, (5.4) numaralı eşitlikte yer alan  $v_i$  değeri ise (5.5) numaralı eşitlik ile hesaplanmaktadır [70].

$$p_i = \frac{v_i}{\sum_{i=1}^n v_i} \quad (5.4)$$

$$v_i = \begin{cases} \frac{n!}{(n+1-i)!(i-1)!} & i = 1, \dots, i' \\ v_{n+2-i} & i = i' + 1, \dots, n + 1 \end{cases} \quad i' \geq \frac{n+1}{2} \quad (5.5)$$

BTE algoritmasına ait mutasyon operatörünün işleyiş adımları Şekil 5.2.'de verilmiştir.

Başlangıç

$i=1$

$i=YG$  oluncaya kadar tekrarla.

*Adım 1.*  $P_i$  değerini hesapla.

*Adım 2.*  $j=1$  olarak ata.

*Adım 3.*  $H_i$  habitatı için  $j$  düğümünü seç.

*Adım 4.* 0 ile 1 arasında  $r$  üret. Eğer  $r < m_{o_i}$  ise Adım 5'e git, değilse Adım 8'e git.

Şekil 5.2. BTE algoritmasına ait mutasyon operatörü

*Adım 5.* Rassal olarak bir düğüm seç. ( $s_3$ )  
*Adım 6.*  $H_i$  habitatının  $j$  düğümünü  $s_3$  ile değiştir.  
*Adım 7.*  $j=j+1$  olarak ata.  $j$  düğüm sayısına eşit değil ise Adım 3'e git.  
*Adım 8.*  $i=i+1$  olarak ata. Adım 1'e git.  
Dur

Şekil 5.2. devam ediyor.

BTE algoritmasına ait göç ve mutasyon operatörü tanımlandıktan sonra algoritmanın genel adımları Şekil 5.3.'te verilmiştir.

Başlangıç  
*Adım 1.* BTE parametrelerine değer ata.  
*Adım 2.* YG sayısı kadar habitattan oluşan başlangıç yığını oluştur.  
*Adım 3.* Durdurma koşulu sağlanmadı ise Adım 4'e git, değilse Adım 10'a git.  
*Adım 4.* Her habitat için uygunluk değerini hesapla.  
*Adım 5.* Uygunluk değerlerine göre habitatları iyiden kötüye doğru sırala.  
*Adım 6.* Her habitat için  $\lambda$  ve  $\mu$  değerlerini hesapla.  
*Adım 7.* Göç işlemini gerçekleştir.  
*Adım 8.* Mutasyon işlemini gerçekleştir.  
*Adım 9.* Elde edilen yeni habitatlara elitist seçim mekanizması uygula. Adım 3'e git.  
*Adım 10.* Eniyi çözümü yaz.  
Dur

Şekil 5.3. BTE algoritmasının genel adımları

### 5.2.2. Çözüm gösterimi

DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasında, çözüm gösterimi için kullanılan dizi yapısı, her bir depo ve depoya ait rota bilgisini içermektedir. Bu rotalar her bir depodan kaç adet tamirci çıktı ise dizinin içerisinde ilgili depo için tamirci sayısı kadar rota bilgisi bulunmaktadır. Bu sebeple, habitatları ifade eden her dizi;

d: depo sayısı

k: tamirci sayısı

n: müşteri sayısı

olmak üzere  $(dxk)+n$  boyutlu olmaktadır. Çözüm gösterimi probleme uygun olarak, değişen depo ve değişen tamirci sayısına göre ayarlanabilecek şekilde, algoritma içinde dinamik boyutlu bir vektör ile ifade edilmiştir. Tamirciler homojen yapıda olup, tüm depolardan eşit sayıda tamirci çıkmaktadır. Örneğin; 3 depolu ve her depodan 2 aracın çıktığı ve 15 müşterisi olan bir problem için bir habitata ait dizi  $(3 \times 2)+15=21$  boyutlu olmaktadır. Bu örnek için bir habitata ait çözüm gösterimi Şekil 5.4.'te verilmektedir. Çözüm gösterimi belirlendikten sonra başlangıç yığınının oluşturulması işlemi yapılmaktadır.

D1_1	12	4	D1_2	2	5	15	D2_1	13	11	6	D2_2	3	10	D3_1	8	14	1	D3_2	7	9
1. Depodan çıkan 1. Araca ait rota							2. Depodan çıkan 2. Araca ait rota													

Şekil 5.4. BTE algoritması için örnek çözüm gösterimi

### 5.2.3. Başlangıç yığının oluşturulması

BTE algoritması DZPTP için uygulanırken başlangıç yığını oluşturulması aşamasında rassal atama yapılmıştır. Atanacak müşterilerin seçilmesi, müşterilerin hangi depodan çıkan hangi tamirciye atanacağı rassal olarak gerçekleştirilmiştir. Bu sayede başlangıç yığını oluşturulurken algoritmaya herhangi bir şekilde yön verilmemektedir. Her tamirciye en az bir müşteri ataması yapılmıştır. Bu aşamada probleme ait tüm kısıtlar dikkate alınmış ve uygun çözümlerden oluşan başlangıç yığını elde edilmiştir. Kısıtları sağlamayan aday çözümler reddedilmiştir. Başlangıç yığını oluşturulurken izlenen adımlar Şekil 5.5.'te verilmiştir.

Başlangıç  
 $i=1$  olarak ata.  
 $i=dxk$  oluncaya kadar Adım 1-3'ü tekrarla. //Bu döngü ile her tamirciye en az bir müşteri atanması sağlanır.

Şekil 5.5. BTE algoritması için başlangıç yığını oluşturma adımları

*Adım 1.* 1 ile  $n$  arasında  $r$  üret. Eğer  $r$ 'ye karşılık gelen müşterinin herhangi bir tamirciye ataması yapılmamış ise Adım 2'ye git, değilse Adım 1'i tekrarla.

*Adım 2.*  $r$ 'ye karşılık gelen müşteriyi  $i$ . tamirciye ata.

*Adım 3.*  $i=i+1$  olarak ata. Adım 1'e git.

*Adım 4.*  $i=1$  olarak ata ve  $i=n-(dxk)$  oluncaya kadar Adım 5-7'yi tekrarla.

*Adım 5.* 1 ile  $n$  arasında  $r$  üret. Eğer  $r$ 'ye karşılık gelen müşterinin herhangi bir tamirciye ataması yapılmamış ise Adım 6'ya git, değilse Adım 5'i tekrarla.

*Adım 6.* 1 ile  $dxk$  arasında  $r$  üret. Eğer zaman penceresi kısıtı sağlanıyor ise üretilen  $r$ 'ye karşılık gelen tamirciye rassal seçilen müşteriyi ata, değilse Adım 5'e git.

*Adım 7.*  $i=i+1$  olarak ata. Adım 5'e git.

Dur

Şekil 5.5. devam ediyor.

#### 5.2.4. Uygunluk değerinin hesaplanması

DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasında habitatlar oluşturulduktan sonra uygunluk değerleri hesaplanmakta ve izleyen aşamalarda uygunluk değerleri temel alınarak algoritmanın adımları ilerletilmektedir. Uygunluk değerlerinin hesaplanabilmesi için bir uygunluk fonksiyonu oluşturulması gerekmekte ve bu fonksiyona göre habitatların uygunluk değerleri belirlenmektedir. Uygunluk fonksiyonu ise ele alınan problemin amaç fonksiyonuna karşılık gelmektedir. Dolayısıyla, DZPTP için uygunluk fonksiyonu olarak ifade edilen  $f(x)$ , müşterilerin taleplerinin karşılanıncaya kadar geçen sürenin toplamını yani gecikmelerin toplamını ifade etmektedir. Bu toplamın simgesel gösterimi (5.6) numaralı eşitlikte verilmektedir.

$$f(x) = \sum_{i \in V} s_i \quad (5.6)$$

(5.6) numaralı eşitlikte  $s_i$ :  $i$ . düğümün servis zamanını göstermekte olup,  $V = \{1, \dots, n\}$  müşteriler kümesini ifade etmektedir.

#### 5.2.5. Probleme özgü önerilen BTE algoritmasının adımları

BTE algoritması DZPTP için geliştirilirken probleme özgü sağlanması gereken durumlar ve kısıtlar dikkate alınmış ve algoritmaya yansıtılmıştır. Bu kapsamda, 3 depolu

ve her depodan 2 aracın çıktığı ve 15 müşteriye sahip bir problem üzerinde DZPTP için uygulanan göç operatörü Şekil 5.6'da örneklenmiştir.

<u>İyi habitat</u> D1_1, 4, 7, "D3_1", 8, 5, "D1_2", 2, 14, 13, "D2_1", 10, 3, "D3_2", 6, <b>12</b> , 1, "D2_2", 9, 15, 11
<u>Kötü habitat</u> "D1_1", 10, 5, 14, "D2_1", 9, 11, "D2_2", 6, 12, "D1_2", 8, 4, "D3_1", 13, 3, 7, "D3_2", 2, 15, 1
<u>Kötü habitat için son durum (göç sonrası)</u> "D1_1", 10, 5, 7, "D2_1", 9, 11, "D2_2", 6, <b>15</b> , "D1_2", 8, 4, "D3_1", 13, 3, 14, "D3_2", 2, <b>12</b> , 1

Şekil 5.6. BTE algoritmasında göç operatörünün uygulanması ile ilgili bir örnek

DZPTP kombinatoriyel problem sınıfında yer aldığı için, problemin yapısına uygun olması nedeniyle göç operatörünün uygulanışı pozisyonları baz alarak yapılmaktadır. Bu sebeple belirlenen iyi habitatteki rassal seçilen müşterinin pozisyonu alınarak, kötü habitatı iyileştirmek için kullanılmıştır. DZPTP için uygulanan göç operatörü için Şekil 5.2' de verilen örnekte, göç vermek üzere seçilen iyi habitat, göç almak üzere seçilen kötü habitat ve göç operatörünün uygulanış sonrasında kötü habitatteki değişim görülmektedir. İyi habitatta rassal olarak seçilen müşteri koyu olarak belirtilen 12 numaralı müşteridir. Bu aşamada iyi habitatteki 12 numaralı müşterinin pozisyonu temel alınarak göç operatörü işletilmektedir. İyi habitatteki 12 numaralı müşterinin pozisyonu, 3.depodan çıkan 2.aracın uğradığı 2.sıradaki müşteridir. Dolayısıyla, kötü habitatta aynı pozisyonda bulunan müşteriye bakıldığında, 15 numaralı müşteri olduğu görülmüştür. Bu durumda, göç sonrası kötü habitatta 15 numaralı müşterinin yerine 12 numaralı müşteri getirilmektedir Ancak DZPTP yapısı gereği her müşteriye bir defa uğranılması gerekmektedir. Kötü habitatteki 12 numaralı müşterinin iki defa ziyaret edilmiş olma durumu ortaya çıktığından dolayı kötü habitata tamir stratejisi uygulanarak, kötü habitatın ilk durumunda var olan 12 numaralı müşterinin yerine 15 numaralı müşteri getirilmektedir. Göç operatörünün uygulanışı sırasında bu değişimlerin yapılabilmesi için problemin yapısına özgü olan zaman penceresi kısıtının sağlanıp sağlanmadığına dair kontrol her aşamada yapılmaktadır. Eğer zaman penceresi kısıtı sağlanmıyor ise iyi habitattan rassal olarak yeniden bir müşteri seçilerek işlemler tekrarlanır. Böylece DZPTP için gerekli olan kısıtlar sağlanmış ve uygun bir çözüm elde edilmiş olur.

DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasına ait göç operatörünün işleyiş adımları ve probleme özgü kontroller Şekil 5.7.'de verilmiştir.

Başlangıç

$i=1$  olarak ata.

$i=YG$  oluncaya kadar Adım 1-11'i tekrarla.

*Adım 1.*  $H_i$  habitatı için  $\lambda_i$  hesapla.

*Adım 2.* 0 ile 1 arasında  $r$  üret. Eğer  $r < \lambda_i$  ise Adım 3'e git, değilse Adım 10'a git.

*Adım 3.*  $j=1$  olarak ata.

*Adım 4.*  $H_j$  habitatı için  $\mu_j$  hesapla.

*Adım 5.* 0 ile 1 arasında  $r$  üret. Eğer  $r < \mu_j$  ise Adım 6'ya git, değilse Adım 10'a git.

*Adım 6.*  $H_j$  habitatından rassal bir düğüm seç, ( $s_1$ )

*Adım 7.*  $H_i$  habitatında,  $s_1$  düğümünün pozisyonundaki düğümü seç, ( $s_2$ )

*Adım 8.* Seçilen düğümler depo düğümü değilse ve zaman penceresi kısıtı sağlanıyor ise  $s_2$  yerine  $s_1$  ata, değilse Adım 6'ya git.

*Adım 9.*  $H_i$  habitatında, var olan  $s_1$  düğümünün yerine de eğer zaman penceresi kısıtı sağlanıyorsa  $s_2$  düğümünü ata, değilse Adım 6'ya git.

*Adım 10.*  $j=j+1$  olarak ata.  $j \neq YG$  ise Adım 4'e git.

*Adım 11.*  $i=i+1$  olarak ata. Adım 1'e git.

Dur

Şekil 5.7. DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasına ait göç operatörü

DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasına ait mutasyon operatörünün işleyiş adımları ve probleme özgü kontroller Şekil 5.8.'de verilmiştir.

Başlangıç

$i=1$

$i=YG$  oluncaya kadar tekrarla.

*Adım 1.*  $P_i$  değerini hesapla.

*Adım 2.*  $j=1$  olarak ata.

*Adım 3.*  $H_i$  habitatı için  $j$  düğümünü seç.

*Adım 4.* 0 ile 1 arasında  $r$  üret. Eğer  $r < mo_i$  ise Adım 5'e git, değilse Adım 9'e git.

*Adım 5.* Rassal olarak bir düğüm üret. ( $s_3$ )

Şekil 5.8. DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasına ait mutasyon operatörü



*Adım 6.*  $s_3$  düğümü depo düğümü değilse ve zaman penceresi kısıtı sağlanıyorsa  $H_i$  habitatının  $j$  düğümünü  $s_3$  ile değiştir, değilse Adım 5'e git.

*Adım 7.*  $H_i$  habitatında var olan  $s_3$  düğümünün yerine de eğer zaman penceresi kısıtı sağlanıyorsa  $j$  düğümünü ata, değilse Adım 5'e git.

*Adım 8.*  $j=j+1$  olarak ata.  $j$  düğüm sayısına eşit değil ise Adım 3'e git.

*Adım 9.*  $i=i+1$  olarak ata. Adım 1'e git.

Dur

Şekil 5.8. devam ediyor.

DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasına ait göç ve mutasyon operatörü tanımlandıktan sonra algoritmanın genel adımları Şekil 5.9.'da verilmiştir.

Başlangıç

*Adım 1.* BTE parametrelerine değer ata.

*Adım 2.* YG sayıda habitatın oluştuğu başlangıç yığını oluştur.

*Adım 3.* Durdurma koşulu sağlanmadı ise Adım 4'e git, değilse Adım 10'a git.

*Adım 4.* Her habitat için uygunluk değerini hesapla. Eğer tamirci zaman penceresinden önce müşteriye ulaşırsa, ilgili müşterinin gecikme zamanı olarak zaman penceresinin alt sınırını al. Eğer tamirci ilgili müşterinin zaman penceresinin alt ve üst sınırları arasında müşteriye ulaşırsa, ilgili müşterinin gecikme zamanı olarak tamircinin geldiği zamanı al.

*Adım 5.* Uygunluk değerlerine göre habitatları iyiden kötüye doğru sırala.

*Adım 6.* Her habitat için  $\lambda$  ve  $\mu$  değerlerini hesapla.

*Adım 7.* Göç işlemini gerçekleştir.

*Adım 8.* Mutasyon işlemini gerçekleştir.

*Adım 9.* Elde edilen yeni habitatlara elitist seçim mekanizması uygula. Adım 3'e git.

*Adım 10.* Eniyi çözümü yaz.

Dur

Şekil 5.9. DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasının genel adımları

### 5.3. Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme Algoritmasının Parametre Eniyilemesi

Bu kesimde, DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasının performansını incelemek için tanımlanan etkinlik ölçütleri belirtilmiştir. Ardından, sayısal analizlerde kullanılan test

problemlerine değinilip, algoritmanın eniyi parametre düzeylerini belirlemek amacıyla  $3^k$  faktöriyel tasarım uygulanarak deney tasarımı yapılmıştır.

### 5.3.1. Etkinlik ölçütleri

BTE algoritmasının etkinliğini değerlendirmek amacıyla 3 farklı etkinlik ölçütü kullanılmıştır. Bu ölçütlere ilişkin açıklamalar aşağıdaki gibidir;

- *Çözümlerin En İyi Değerden Sapma Oranı*: Sezgisel algoritmalarda eniyi değeri bilinen test problemleri kullanılarak elde edilen sonuçların, eniyi değerden ne kadar saptığını göstermektedir. Eniyi değerden sapma oranı (5.7) numaralı eşitlik ile hesaplanmaktadır.

$$ES = \frac{SÇ - EÇ}{EÇ} \times 100 \quad (5.7)$$

SÇ: Sezgisel algoritma ile elde edilen çözüm

EÇ: Problemin eniyi çözümü

ES: Eniyi değerden sapma oranı (%)

- *Değişim Katsayısı*: Sezgisel algortmada ele alınan problemler için yapılan tekrarlarla elde edilen değerlerin oluşturduğu kümede, değerlerin ortalaması için beklenmeyen değişkenliği analiz etmekte kullanılan bir ölçüttür. Değişim katsayısı (5.8) numaralı eşitlik ile hesaplanmaktadır.

$$DK = \frac{StS}{Ortalama} \quad (5.8)$$

DK: Değişim katsayısı

StS: Standart sapma

- *Çözüm Zamanı*: Eldeki problemleri çözmek için algoritmanın harcadığı zamandır ve birimi saniye olarak alınmaktadır.

### 5.3.2. Test problemleri

DZPTP için geliştirilen BTE algoritması ile yapılan sayısal analizlerde çok depolu zaman pencereli araç rotalama problemi için Cordeau et al. [62] tarafından geliştirilen test problemleri kullanılmıştır. Toplamda 10 adet problem olup, müşteri sayısı 48 ile 288

arasında değişmektedir. DZPTP için geliştirilmiş olan matematiksel model ile yapılan sayısal analizlerde orijinal verilerdeki tamirci sayıları kullanıldığında bazı problemlerde süre sınırı içerisinde eniyi çözümlere ulaşılamamaktadır. Cordeau et al. [62] tarafından üretilen test problemleri Tablo 5.1.'de verilmiştir. Bu problemler matematiksel model ile çözülerek, eniyi değerleri bulunanlar ve bulunamayanlar olarak son sütunda işaretlenmiştir.

Tablo 5.1. Test problemleri

<b>Problem</b>	<b>Müşteri</b>	<b>Depo</b>	<b>Tamirci</b>	<b>Eniyi Değer</b>
pr01	48	4	2	Bilinmiyor
pr02	96	4	4	Bilinmiyor
pr03	144	4	6	Bilinmiyor
pr04	192	4	8	Bilinmiyor
pr05	240	4	10	Bilinmiyor
pr06	288	4	12	Bilinmiyor
pr07	72	6	3	Bilinmiyor
pr08	144	6	6	Bilinmiyor
pr09	216	6	9	Bilinmiyor
pr10	288	6	12	Bilinmiyor

Algoritmanın doğruluğunu göstermek amacıyla, var olan test problemleri az sayıda olduğu için DZPTP'nin yapısına uygun olacak şekilde test problemleri çoğaltılmıştır. Bu aşamada depo sayıları sabit tutularak müşteri sayıları ve tamirci sayılarında değişikliğe gidilmiş ve farklı problem türleri oluşturulmuştur. Genişletilmiş test problemleri Tablo 5.2.'de verilmiştir. Bu problemler de matematiksel model ile çözülerek, eniyi değerleri bulunanlar ve bulunamayanlar olarak son sütunda işaretlenmiştir. Problem grupları her bir düğüm için koordinat değerlerini içermektedir ve düğümler arası geçiş süreleri matrisi Öklid uzaklığına göre hazırlanarak kullanılmıştır. Bu problemler geliştirilen BTE algoritması ile çözülerek, eniyi değeri bilinen problemler üzerinden algoritmanın ne kadar doğrulukla çözüm üretebildiği incelenmiştir.

Tablo 5.2. Genişletilmiş test problemleri

<b>Problem</b>	<b>Müşteri</b>	<b>Depo</b>	<b>Tamirci</b>	<b>Eniyi Değer</b>
pr01_1	15	4	2	Bilinmiyor
			1	Bilinmiyor
pr01_2	16	4	2	Bilinmiyor
			1	Bilinmiyor
pr01_3	17	4	2	Bilinmiyor

			1	Biliniyor
pr01_4	18	4	2	Biliniyor
			1	Biliniyor
pr01_5	19	4	2	Biliniyor
			1	Biliniyor
pr01_6	20	4	2	Biliniyor
			1	Biliniyor
pr01_7	21	4	2	Biliniyor
			1	Biliniyor
pr01_8	22	4	2	Biliniyor
			1	Biliniyor
pr01_9	23	4	2	Biliniyor
			1	Biliniyor
pr01_10	24	4	2	Biliniyor
			1	Biliniyor
pr01_11	25	4	2	Biliniyor
			1	Biliniyor
pr01_12	30	4	2	Biliniyor
			1	Biliniyor
			3	Biliniyor
pr01	48	4	2	Biliniyor
			3	Biliniyor
			4	Biliniyor
pr02	96	4	4	Biliniyor
			3	Biliniyor
			2	Bilinmiyor
pr03	144	4	6	Biliniyor
			4	Bilinmiyor
			8	Biliniyor
pr04	192	4	8	Biliniyor
			6	Bilinmiyor
			10	Biliniyor
pr05	240	4	10	Bilinmiyor
			14	Biliniyor
			12	Biliniyor
pr06	288	4	12	Bilinmiyor
			15	Bilinmiyor
			18	Biliniyor
pr07	72	6	3	Biliniyor
			4	Biliniyor
			5	Biliniyor
pr08	144	6	6	Biliniyor
			4	Biliniyor
			8	Biliniyor
pr09	216	6	9	Biliniyor
			7	Biliniyor
			11	Biliniyor

Tablo 5.2. devam ediyor.

pr10	288	6	12	Bilinmiyor
			15	Biliniyor
			18	Biliniyor

### 5.3.3. 3<sup>k</sup> Faktöriyel tasarım

BTE algoritmasının girdi parametre setini (parametre değerlerini) belirlemek amacıyla 3<sup>k</sup> faktöriyel tasarımı ile deney tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu aşamada öncelikle, iterasyon sayısının hangi değer alınacağını belirlemek için ön çalışmalar yapılmıştır. DZPTP için ele alınan problem kümesinde, müşteri sayısı baz alınarak problemler küçük, orta ve büyük boyutlu olarak gruplandırılmıştır. İterasyon sayısını belirleyebilmek için, küçük, orta ve büyük boyutlu problemlerden rassal olarak 3'er adet seçilmiş ve algoritmanın üst üste 10 defa aynı çözümü bulması ise durdurma koşulu olarak belirlenmiştir. Her problem boyutu için seçilen problemlerde elde edilen iterasyon sayıları Tablo 5.3.'te verilmektedir.

Tablo 5.3. Her problem boyutu için seçilen problemlerde elde edilen iterasyon sayıları

	Müşteri	Depo	Tamirci	İterasyon
<b>Küçük</b>	15	4	2	30
	16	4	2	30
	17	4	2	30
<b>Orta</b>	72	6	3	43
	96	4	4	50
	144	4	6	57
<b>Büyük</b>	216	6	9	61
	240	4	10	68
	288	4	12	78

Yapılan ön çalışmalar sonucu elde edilen ve Tablo 5.3'te verilen değerler incelendiğinde, iterasyon sayısının küçük boyutlu problemler için 30, orta boyutlu problemler için 60 ve büyük boyutlu problemler için 80 olarak alınmasına karar verilmiştir.

İterasyon sayıları belirlendikten sonra, BTE algoritmasına ait 5 adet parametre için deney tasarımı yapılmıştır. Deney tasarımı çalışmasında 3<sup>k</sup> faktöriyel tasarım dikkate alınmıştır. Kaynaklarda BTE algoritması için yapılan çalışmalar incelenmiş ve parametrelerin aldığı değerler için 3 farklı seviye belirlenmiştir. Bu aşamada ele alınan parametreler ve düzeyleri ise Tablo 5.4.'te verilmiştir. Her faktör kombinasyonu için 5'er deneme yapılmış olup, k faktör sayısını göstermek üzere toplamda 1215 (=5x3<sup>5</sup>) adet deneme gerçekleştirilmiştir.

Tablo 5.4. BTE algoritmasında dikkate alınan parametreler ve düzeyleri

Parametre	Düzye		
	1	2	3
Problem boyutu (PB)	Küçük (19 müşteri)	Orta (72 müşteri)	Büyük (240 müşteri)
Yığın genişliği (YG)	50	100	200
En büyük Mutasyon oranı ( $M_{max}$ )	0,01	0,05	0,10
En büyük göç alma oranı (I)	0,5	0,75	1
En büyük göç verme oranı (E)	0,5	0,75	1

Faktöriyel tasarım gerçekleştirilirken, problem boyutu (PB) parametresi için küçük boyutlu problemlerden 19 müşterili 4 depolu ve 2 tamircili, orta boyutlu problemlerden 72 müşterili 4 depolu ve 2 tamircili ve büyük boyutlu problemlerden ise 240 müşterili 6 depolu ve 3 tamircili problem verisi incelenmiştir. Yığın genişliği (YG) için 50, 100 ve 200 değerleri, en büyük mutasyon oranı ( $M_{max}$ ) için 0,01, 0,05 ve 0,10 değerleri kullanılmıştır. Ayrıca en büyük göç alma oranı (I) ve en büyük göç verme oranı (E) parametreleri için de 0,5, 0,75 ve 1 değerleri incelenmiştir. Anlamlılık düzeyi 0,05 olarak alınmıştır.

Yapılan bu analizlerde rassallığın sağlanabilmesi için deney tasarım noktaları  $3^5$  faktöriyel tasarıma göre MINITAB ile elde edilmiş ve belirlenen sıraya uygun olarak denemeler yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda, hangi parametrelerin deney üzerinde etkisi olduğunu belirleyebilmek için ANOVA (Analysis of Variance) tablosu düzenlenmiş ve Tablo 5.5.'te verilmiştir. ANOVA tablosu incelendiğinde ana etkilerden en büyük mutasyon oranı dışında diğer parametrelerin anlamlı etkiye sahip olduğu görülmüştür. İkili ve üçlü etkilerden de anlamlı olanlar koyu olarak belirtilmiştir.

Tablo 5.5. BTE parametreleri için ANOVA tablosu

Kaynak	Serbestlik Derecesi	Toplam Kare	Ortalama Kare	F Değeri	P Değeri
<b>Ana Etki</b>					
<b>PB</b>	<b>2</b>	<b>1,223</b>	<b>0,612</b>	<b>8340,988</b>	<b>0</b>
<b>YG</b>	<b>2</b>	<b>0,009</b>	<b>0,004</b>	<b>59,635</b>	<b>0</b>
$M_{max}$	2	1,900E-5	9,501E-6	0,130	0,878
<b>I</b>	<b>2</b>	<b>0,073</b>	<b>0,036</b>	<b>497,096</b>	<b>0</b>
<b>E</b>	<b>2</b>	<b>0,001</b>	<b>0</b>	<b>4,423</b>	<b>0,012</b>
<b>2-ortak</b>					
<b>PB*YG</b>	<b>4</b>	<b>0,026</b>	<b>0,006</b>	<b>87,550</b>	<b>0</b>
PB* $M_{max}$	4	7,479E-5	1,870E-5	0,255	0,97

Tablo 5.5. devam ediyor.

<b>PB*I</b>	<b>4</b>	<b>0,112</b>	<b>0,028</b>	<b>383,219</b>	<b>0</b>
<b>PB*E</b>	<b>4</b>	<b>0,012</b>	<b>0,003</b>	<b>42,482</b>	<b>0</b>
YG*M <sub>max</sub>	4	0	0	1,375	0,240
<b>YG*I</b>	<b>4</b>	<b>0,004</b>	<b>0,001</b>	<b>13,140</b>	<b>0</b>
<b>YG*E</b>	<b>4</b>	<b>0,002</b>	<b>0,001</b>	<b>7,162</b>	<b>0</b>
M <sub>max</sub> *I	4	0	6,655E-5	0,908	0,459
M <sub>max</sub> *E	4	0	0	1,629	0,165
<b>I*E</b>	<b>4</b>	<b>0,005</b>	<b>0,001</b>	<b>15,400</b>	<b>0</b>
<b>3-ortak</b>					
PB*YG* M <sub>max</sub>	8	0,001	9,8448E-5	1,343	0,218
<b>PB*YG*I</b>	<b>8</b>	<b>0,008</b>	<b>0,001</b>	<b>13,759</b>	<b>0</b>
<b>PB*YG*E</b>	<b>8</b>	<b>0,004</b>	<b>0</b>	<b>6,224</b>	<b>0</b>
PB*M <sub>max</sub> *I	8	0	5,598E-5	0,763	0,635
PB*M <sub>max</sub> *E	8	0	2,450E-5	0,334	0,953
<b>PB*I*E</b>	<b>8</b>	<b>0,004</b>	<b>0,001</b>	<b>7,050</b>	<b>0</b>
YG*M <sub>max</sub> *I	8	0,001	8,186E-5	1,116	0,349
YG*M <sub>max</sub> *E	8	0,001	6,456E-5	0,880	0,532
YG*I*E	8	0,001	0	1,555	0,134
M <sub>max</sub> *I*E	8	0,001	,440E-5	0,878	0,534
Hata	1084	0,079	7,333E-5		
Toplam	1215	3,491			

ANOVA tablosundan elde edilen sonuçlardan sonra, Duncan Çoklu Açıklık Testi yapılarak ana etkilerin parametre düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığı ve hangi düzeylerde anlamlı farklılıkların ortaya çıktığı araştırılmıştır. Tablo 5.6.'da bu teste ait sonuçlar yer almaktadır.

Tablo 5.6. BTE algoritması parametreleri için duncan çoklu açıklık testi sonuçları

<b>Faktörler</b>	<b>Düzyeler</b>	<b>N</b>	<b>Grup Ortalaması</b>	<b>Düzye Kombinasyonu</b>	<b>Anlamlı Fark</b>
PB	Küçük	405	0,0033	K-O	Var
	Orta	405	0,0354	K-B	Var
	Büyük	405	0,0807	O-B	Var
YG	50	405	0,0365	50-100	Var
	100	405	0,0397	50-200	Var
	200	405	0,0431	100-200	Var

Tablo 5.6. devam ediyor.

$M_{max}$	0,01	405	0,0396	0,01-0,05	Yok
	0,05	405	0,0398	0,01-0,10	Yok
	0,10	405	0,0399	0,05-0,10	Yok
I	0,5	405	0,0391	0,5-0,75	Yok
	0,75	405	0,0395	0,75-1	Var
	1	405	0,0408	0,5-1	Yok
E	0,5	405	0,0289	0,5-0,75	Var
	0,75	405	0,0445	0,5-1	Var
	1	405	0,0460	0,75-1	Var

Elde edilen sonuçlar doğrultusunda uygun parametre değerleri belirlenmiştir. Tablo 5.6'daki değerler incelendiğinde PB, YG ve E parametrelerinin tüm değerleri arasında, I parametresinin ise orta ve üst düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık bulunmaktadır. YG ve E parametrelerinin tüm seviyeleri arasında anlamlı fark olduğu için grup ortalamalarına bakılmıştır. DZPÇTP probleminde amaç toplam gecikmeleri en küçük yapmak olduğundan dolayı, grup ortalamalarında daha küçük olan değere karşılık gelen parametre seviyesi seçilmektedir. I parametresi için bakıldığında ise, düzey kombinasyonları açısından anlamlı fark ortaya çıkan orta seviye seçilmiştir.  $M_{max}$  parametresi için orta düzey seçilmiştir. Parametreler için seçilen uygun değerler aşağıda verilmiştir:

YG: 50

$M_{max}$ : 0,05

I: 0,75

E: 0,5

#### 5.4. Sayısal Analizler

Bu kesimde, DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasının performansını, belirlenen etkinlik ölçütlerine göre değerlendirmek için yapılan sayısal analizlere yer verilmiştir. Tüm problemler için Python 3.6.2 programlama dili ve Intel Core i7-3630QM CPU 2.40 GHz ve 16 GB RAM özelliklerinde bilgisayar kullanılarak çözümler araştırılmıştır. Elitist strateji ile her iterasyonda korunacak habitat sayısı 2 olarak belirlenmiştir. BTE algoritması için yapılan



sayısal analizlerde, deney tasarımı sonuçlarına göre belirlenen parametre değerleri kullanılmıştır.

#### 5.4.1. Önerilen algoritma için eniyi değerden sapma oranları ve değişim katsayıları

DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasının performansını analiz etmek için ele alınan her problemde algoritma 30 defa çalıştırılmış, 30 deneme sonucunda elde edilen ortalama değerler incelenmiştir. Algoritmanın etkinliği değerlendirilirken çözümlerin eniyi değerden sapma oranı, değişim katsayısı ve çözüm zamanı ölçütleri dikkate alınmıştır. Cordeau et al. [62] tarafından üretilen problemlerin bir önceki bölümde geliştirilen matematiksel model ile elde edilen eniyi değerler, BTE algoritması ile elde edilen değerler, eniyi değerden sapma oranları ve değişim katsayıları Tablo 5.7.'de verilmiştir.

Tablo 5.7. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerde BTE algoritması için eniyi değerden sapma oranları ve değişim katsayıları

Problem	Müşteri	Depo	Tamirci	Eniyi Değer	BTE Ortalama	Sapma (%)	DK
pr01_1	15	4	2	3487	3487	0	0
			1	3490	3490	0	0
pr01_2	16	4	2	3933	3933	0	0
			1	3936	3936	0	0
pr01_3	17	4	2	4377	4377	0	0
			1	4380	4380	0	0
pr01_4	18	4	2	4811	4811	0	0
			1	4831	4831	0	0
pr01_5	19	4	2	5130	5130	0	0
			1	5151	5151	0	0
pr01_6	20	4	2	5322	5322	0	0
			1	5345	5345	0	0
pr01_7	21	4	2	5736	5736	0	0
			1	5785	5785	0	0
pr01_8	22	4	2	6107	6107	0	0
			1	6172	6172	0	0
pr01_9	23	4	2	6485	6485	0	0
			1	6555	6555	0	0
pr01_10	24	4	2	6793	6793	0	0
			1	6883	6883	0	0

Tablo 5.7. devam ediyor.

pr01_11	25	4	2	7122	7122	0	0
			1	7235	7235	0	0
pr01_12	30	4	2	8619	8619	0	0
			1	8793	8793	0	0
			3	8619	8619	0	0
pr01	48	4	2	13206	13206	0	0
			3	13177	13177	0	0
			4	13177	13177	0	0
pr02	96	4	4	25194	25194	0	0
			3	25202	25202	0	0
			2	-	<b>26137,5</b>	-	<b>0,015</b>
pr03	144	4	6	37732	38056,4	0,86	0,032
			4	-	<b>37915,6</b>	-	<b>0,046</b>
			8	37732	37984,8	0,67	0,024
pr04	192	4	8	47284	47988,5	1,49	0,041
			6	-	<b>51035,6</b>	-	<b>0,062</b>
			10	47284	47893,9	1,29	0,045
pr05	240	4	14	63412	64965,5	2,45	0,048
			12	65103	67134,2	3,12	0,054
			10	-	<b>67355,8</b>	-	<b>0,058</b>
pr06	288	4	18	77520	78426,9	1,17	0,049
			15	-	<b>82945,2</b>	-	<b>0,065</b>
			12	-	<b>83567,1</b>	-	<b>0,071</b>
pr07	72	6	3	19057	19057	0	0
			4	19057	19057	0	0
			5	19057	19057	0	0
pr08	144	6	6	38051	38716,8	1,75	0,026
			4	38051	38796,7	1,96	0,031
			8	37018	37358,5	0,92	0,023
pr09	216	6	9	57619	58921,18	2,26	0,043
			7	57619	59353,3	3,01	0,052
			11	57619	58690,7	1,86	0,031
pr10	288	6	18	74434	75044,3	0,82	0,039
			15	74434	76116,2	2,26	0,054
			12	-	<b>77055,6</b>	-	<b>0,069</b>

Tablo 5.7.'deki ilk dört sütunda ele alınan problemlere ait sırasıyla problem numarası, müşteri, depo ve tamirci sayısı bilgisi yer almaktadır. Tablo 5.7'deki diğer sütunlarda ise her problem için matematiksel model ile bulunan eniyi değerler, BTE algoritması ile yapılan 30 iterasyon sonucunda bulunan ortalama değerler, bu değerlerin eniyi değerden yüzde olarak

oransal sapması ve değişim katsayısı bulunmaktadır. Tabloda koyu olarak belirtilen problemler, süre sınırı içerisinde matematiksel model ile eniyi çözümü bulunamayan problemleri ifade etmektedir.

Sapma oranlarına bakıldığında, BTE algoritmasının 48 düğümlü problemlere kadar her problemde eniyi çözüm değerlerini yakaladığı görülmüştür. Yanı sıra, 72 müşteri problem için ve 96 müşteri problemde tamirci sayısı 3 ve 4 için de eniyi değerleri bulmuştur. BTE algoritmasının eniyi değerleri yakaladığı problemlerde değişim katsayısı sıfır olmaktadır. Diğer müşteri sayısına sahip problemler için elde edilen sonuçlar incelendiğinde, sapma oranı en fazla 240 müşteri 4 depolu ve 12 tamircili problemde ortaya çıkmış ve %3,12 olarak hesaplanmıştır. Değişim katsayıları için bulunan sonuçlara bakıldığında, en fazla 288 müşteri 4 depolu ve 12 tamircili problemde %7 civarında olduğu görülmüştür. Sonuç olarak, BTE algoritması ile elde edilen eniyi değerden sapma oranları ve değişim katsayılarının makul değerler olduğu görülmüştür. Ayrıca, matematiksel model ile eniyi değerleri bulunamayan problemler için oldukça küçük değişim katsayıları ile çözümler elde edilmiştir.

#### 5.4.2. Önerilen algoritma için CPU süreleri

DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasının performansını çözüm süreleri yönüyle de analiz edilmiştir. Bu aşamada ele alınan her problem için algoritma 30 defa çalıştırılmış, 30 deneme sonucunda saniye cinsinden elde edilen eniyi, ortalama ve en kötü süreler incelenmiştir. Cordeau et al. [62] tarafından üretilen problemlerin bir önceki bölümde geliştirilen matematiksel model ile elde edilen çözüm süreleri ve BTE algoritması ile elde edilen eniyi, ortalama ve en kötü süreleri, Tablo 5.8.'de verilmiştir.

Tablo 5.8. Cordeau et al. tarafından üretilen problemlerde matematiksel model ve BTE algoritması ile elde edilen CPU süreleri (sn)

Problem	Müşteri	Depo	Tamirci	Matematiksel Model	BTE Algoritması		
					Eniyi	Ortalama	En Kötü
pr01_1	15	4	2	0,19	2	2	2
			1	0,16	2	2	2
pr01_2	16	4	2	0,28	2	2	2
			1	0,2	2	2	2
pr01_3	17	4	2	0,5	2	2	2
			1	0,17	2	2	2

Tablo 5.8. devam ediyor.

pr01_4	18	4	2	0,28	2	2	2
			1	0,27	2	2	2
pr01_5	19	4	2	0,47	2	2,2	3
			1	0,25	2	2	2
pr01_6	20	4	2	0,44	2	2,41	3
			1	0,3	2	2	2
pr01_7	21	4	2	0,58	2	2,46	3
			1	0,41	2	2,69	3
pr01_8	22	4	2	0,84	3	3	3
			1	0,72	3	3	3
pr01_9	23	4	2	0,94	3	3,19	4
			1	1,39	3	3	3
pr01_10	24	4	2	1,05	3	3,56	4
			1	1,58	3	3	3
pr01_11	25	4	2	2,83	3	3,61	4
			1	1,88	3	3,34	4
pr01_12	30	4	2	11,16	4	4	4
			1	3,58	3	3,88	4
			3	0,36	3	3,8	4
pr01	48	4	2	6,25	4	5,17	6
			3	3,31	5	5,66	6
			4	1,11	4	5,19	6
pr02	96	4	4	244,33	11	13,22	16
			3	343,08	12	12	12
			2	-	13	13,16	14
pr03	144	4	6	720,45	134	142,03	149
			4	-	141	148,47	150
			8	164,03	135	141,78	153
pr04	192	4	8	2393,22	115	123,1	128
			6	-	169	172,88	176
			10	509,88	113	118,15	126
pr05	240	4	14	582,98	24	26,12	29
			12	557,88	26	27,09	31
			10	-	79	82,11	84
pr06	288	4	18	1948,05	25	27,89	29
			15	-	26	26,47	27
			12	-	108	115,36	132
pr07	72	6	3	10,16	8	8,95	10
			4	2,53	9	9	9
			5	1,19	11	12,56	13

Tablo 5.8. devam ediyor.

pr08	144	6	6	116,31	27	32,14	34
			4	497,36	26	27,3	29
			8	32,7	24	25,2	26
pr09	216	6	9	461,61	21	24,56	28
			7	604,55	21	22	23
			11	141,3	23	24,5	25
pr10	288	6	18	274,97	49	52,16	56
			15	379,94	45	48,12	51
			12	-	27	31,45	35

Tablo 5.8.'deki sonuçlar incelendiğinde, eniyi değeri bilinen problemler için BTE algoritması ile 30 deneme sonucunda elde edilen eniyi, ortalama ve en kötü CPU sürelerinin, matematiksel model ile elde edilen CPU sürelerine göre oldukça düşük olduğu görülmektedir. Elde edilen ortalama süreler bakıldığında, BTE algoritması en fazla 192 müşterili, 4 depolu 6 tamircili problem için 172,88 saniyede çözüm bulmuştur. Tabloda koyu olarak belirtilen problemler, süre sınırı içerisinde matematiksel model ile eniyi çözümü bulunamayan problemleri ifade etmektedir. Eniyi çözümü bilinmeyen problemlerde BTE algoritması saniye mertebesinde makul sürelerde çözüm bulmuştur.

### 5.5. Değerlendirme

Bu bölümde, NP-zor bir problem sınıfında yer alan DZPTP için yığın tabanlı bir metasezgisel yöntem olan BTE algoritması geliştirilmiştir. BTE algoritması ile ilgili genel bilgiler aktarılıp, çözüm gösterimi, başlangıç yığının oluşturulması ve uygunluk değerinin hesaplanması konusunda bilgiler sunulmuştur. Ardından, DZPTP için önerilen BTE algoritmasının adımları açıklanmıştır. Geliştirilen algoritmanın performansını incelemek için kullanılan etkinlik ölçütleri ve test problemlerine değinilip,  $3^k$  faktöriyel tasarım uygulanarak kullanılacak parametre kümesi belirlenmiştir. Önerilen BTE algoritması için Cordeau et al. tarafından geliştirilen problemler kullanılarak sayısal analizler gerçekleştirilmiş ve sonuçlar eniyi değerden sapma oranı, değişim katsayısı ve çözüm süresi açısından değerlendirilmiştir.

DZPTP için geliştirilen BTE algoritması ile elde edilen sonuçlar eniyi değerden sapma oranı ve değişim katsayısı yönüyle incelendiğinde, küçük boyutlu problemlerin tamamında eniyi çözümler yakalanmış, orta ve büyük boyutlu problemlerde sapma oranı en fazla %3 civarında bulunmuştur. Değişim katsayıları açısından sonuçlar incelendiğinde hem orta hem

de büyük boyutlu problemlerde küçük değerler elde edilmiş ve böylece algoritmanın robust olduğu gösterilmiştir. Algoritma çözüm süreleri açısından değerlendirildiğinde, tüm problemler için saniye mertebesinde çözümler elde edildiği görülmüştür. Matematiksel model ile süre sınırı içerisinde eniyi çözümü bulunamayan problemlere sezgisel algoritma ile makul sürelerde çözüm elde edilmiştir.

Sonuç olarak, DZPTP için önerilen BTE algoritması, eniyi değerden sapma oranı, değişim katsayısı ve çözüm zamanı açısından üstün başarı göstermiş olup, gerçek hayat problemlerinde kullanılabilirliği anlaşılmıştır.

## 6. SONUÇ

Tamirci Problemi (TP) Gezgin Satıcı Probleminin (GSP) bir türü olup, müşteri odaklı bir yapıya sahiptir. GSP, maliyeti temel alan bir yaklaşım iken, TP müşteri memnuniyetini temel alır. GSP'den amaç fonksiyonu yapısı yönüyle farklılaşan TP, müşteri taleplerinin en kısa sürede yerine getirilmesi odaklıdır. TP kaynaklarda En Küçük Gecikme Problemi, Dağıtıcı Problemi veya Kümülatif Gezgin Satıcı Problemi olarak da isimlendirilir. Bu tez çalışmasında, TP'nin gerçek hayat uygulamalarında en yaygın kullanım alanına sahip uzantılarından zaman pencereli TP (ZPTP), çok gezginli zaman pencereli TP (ÇZPTP) ve çok depolu zaman pencereli TP (DZPTP) ele alınmıştır. ZPTP ve ÇZPTP için matematiksel model geliştirilen çalışmaların çok az olduğu görülmüş ve bu çalışmalarda modeller küçük boyutlu problemlerde dahi düşük performans göstermiştir. DZPTP için kaynaklar incelendiğinde ise herhangi bir çalışma yapılmadığı belirlenmiş, yalnızca zaman penceresini ele almayan DTP için matematiksel model içeren iki çalışma bulunmuştur.

Çalışmada, öncelikle ZPTP üzerinde durulmuştur. Kaynaklarda doğrudan ZPTP için geliştirilen bir matematiksel model tespit edilmiş, ayrıca ÇZPTP için var olan bir matematiksel model, ZPTP'ye dönüştürülerek ele alınmıştır. ZPTP için polinom sayıda kısıta ve karar değişkenine sahip dört yeni matematiksel model geliştirilmiştir. Dördüncü yeni model olan YM4 modeli yalnızca simetrik yapıdaki problemlerde kullanıma uygundur. Kaynaklardan elde edilen iki model ve geliştirilen yeni modellerin performansları simetrik ve asimetrik problemler ele alınarak, bu problemlerin çözümleri için geçerli olan CPU süreleri ve sapma oranları açısından karşılaştırılmıştır. Dumas et al. tarafından üretilen simetrik problemlerde, yeni geliştirilen YM3 ve YM4 modelleri 150 düğüme kadar eniyi çözümleri bulabilirken, diğer modellerin en fazla 60 düğümlü problemlerde eniyi çözümleri yakalayabildiği görülmüştür. Gendreau et al. tarafından üretilen simetrik problemlerde ise YM3 ve YM4 modelleri 40 düğüme kadar eniyi çözümleri elde etmiştir. Her iki simetrik problem grubunda hem CPU süreleri hem de sapma oranları açısından YM3 ve YM4 modelleri diğer modellere göre üstünlük göstermiştir. Asimetrik problemlerde, diğer modeller 20 düğümlü problemlere kadar eniyi çözümleri bulabilirken, yeni geliştirilen YM3 modelinin 131 düğümlü problemlere kadar eniyi çözümleri bulması, performansının diğer modellere göre oldukça yüksek olduğunu göstermiştir. Böylece, asimetrik problemlerde hem CPU süreleri hem de sapma oranları açısından YM3 modelinin diğer modellere göre üstünlüğü anlaşılmıştır. ZPTP için kaynaklarda var olan en güncel çalışmadaki sezgisel

algoritmada 20 ve 40 düğümlü problemlerde bile eniyi çözümlere erişilemediği görülmüştür. Dolayısıyla, YM3 ve YM4 modellerinin ZPTP için kaynaklarda önerilmiş en güncel sezgisel algoritmaya göre, çok daha kısa sürede büyük boyutlu problemlerin eniyi çözümlerine erişebilmesi, yeni modellerin performans açısından başarılarını kanıtlamıştır.

Çalışmanın devamında, ÇZPTP için kaynaklarda homojen ve heterojen duruma yönelik geliştirilen iki matematiksel model tespit edilmiştir. Homojen ÇZPTP için iki adet ve heterojen ÇZPTP için iki adet, polinom sayıda kısıta ve karar değişkenine sahip yeni matematiksel modeller geliştirilmiştir. Kaynaklardaki modeller ve geliştirilen yeni modeller, karşılaştırma problemlerinin çözüm için gerekli CPU süreleri ve sapma oranları yönüyle, simetrik ve asimetrik problemler ele alınarak farklı tamirci sayıları için analiz edilmiştir. Homojen ÇZPTP için, Dumas et al. tarafından üretilen simetrik yapıdaki problemlerde, tamirci sayısı 2 olarak alındığında diğer modeller 60 düğüme kadar, düğüm tabanlı model olan kYM1Hom modeli ise 100 düğüme kadar eniyi çözümleri elde etmiştir. Tamirci sayısı 3, 4 ve 5 olarak alındığında diğer iki model en fazla 60 ve 80 düğümlü problemlere çözüm bulurken, tamirci sayısı 3 için kYM1Hom modeli 150 düğüme kadar, tamirci sayısı 5 için 200 düğüme kadar olan problemlerde eniyi çözümlere ulaşmıştır. Gendreau et al. tarafından üretilen simetrik yapıdaki problemlerde, kYM1Hom modelinin tamirci sayısı 2 ve 3 için 20, tamirci sayısı 4 ve 5 için 40 düğümlü problemlerde eniyi çözümleri yakalamıştır. Simetrik yapıdaki problemlerde çözülebilen problem boyutunun yanı sıra, CPU süresi ve sapma oranları yönüyle de kYM1Hom modelinin diğer modellere üstünlüğü gözlenmiştir. Asimetrik yapıdaki problemlerde tamirci sayısı 2 ve 3 için diğer modeller daha küçük boyutlu problemlere çözüm bulabilirken, kYM1Hom modeli tamirci sayısı 2 için 233 ve tamirci sayısı 3 için 172 düğüme kadar eniyi çözümleri elde etmiştir. Heterojen ÇZPTP için, Dumas et al. tarafından üretilen simetrik yapıdaki problemlerde, tamirci sayısı 2 ve 3 olarak alındığında diğer iki model 20 ve 40 düğümlü problemlerin eniyi çözümlerini elde ederken, düğüm tabanlı model olan kYM1Het modeli 80 düğümlü problemlerde eniyi çözümlere ulaşmıştır. Tamirci sayısı 4 ve 5 olarak alındığında ise diğer modeller 20 düğümlü problemlerde süre sınırına takılırken, kYM1Het modeli 60 düğümlü problemlerde eniyi çözümleri yakalamıştır. Gendreau et al. tarafından üretilen simetrik yapıdaki problemler yalnızca kYM1Het modeli ile çözülmüş olup, 20 düğümlü problemlerde eniyi çözümler bulunmuştur. Simetrik yapıdaki problemlerde çözülebilen problem boyutunun yanı sıra, CPU süresi ve sapma oranları açısından da kYM1Het modelinin diğer modellere göre üstün olduğu anlaşılmıştır. Asimetrik yapıdaki problemlerde tamirci sayısı 2 ve 3 için, diğer iki model daha küçük boyutlu problemlerde çözüm elde ederken, kYM1Het modeli 172 düğüme



kadar eniyi çözümlere ulaşmıştır. Hem simetrik hem de asimetrik problemlerde, düğüm tabanlı modeller olan homojen durum için kYMIHom modeli ve heterojen durum için kYMIHet modeli diğer modellere göre üstünlük sağlamıştır.

DZPTP için kaynaklarda yapılmış hiçbir çalışma olmadığı, zaman penceresini ele almayan DTP için iki matematiksel model olduğu görülmüştür. DZPTP için beş farklı duruma cevap verebilecek polinom sayıda kısıta ve karar değişkenine sahip yeni matematiksel modeller geliştirilmiştir. Kaynaklarda çok depolu zaman pencereli araç rotalama problemi için üretilmiş olan test problemleri kullanılarak sayısal analizler yapılmıştır. Geliştirilen matematiksel modellerin performansları farklı tamirci sayıları ve farklı depo sayıları için de incelenmiştir. Analizler sonucunda yeni modeller ile, ele alınan bazı problemlerde tamirci sayılarında artış yapılarak, tüm problemlerin eniyi çözümleri elde edilebilmiştir. Tamirci sayıları azaltıldığında, modellerin bazı problemlerde süre sınırına takılarak eniyi çözümlere ulaşamadığı görülmüştür.

DZPTP için makul zamanda eniyi veya eniyiye yakın çözümler elde edebilmek amacıyla metasezgisel bir algoritma olan Biyocoğrafya Tabanlı Eniyileme (BTE) algoritması geliştirilmiştir. BTE algoritmasının parametre kümesini belirlemek için deney tasarımı uygulanmış ve seçilen parametre değerleri kullanılarak sayısal analizler yapılmıştır. Algoritmanın etkinliği eniyi değerden sapma oranı, değişim katsayısı ve çözüm zamanı ölçütleri dikkate alınarak incelenmiştir. Makul sürelerde küçük boyutlu problemlerde eniyi çözümler yakalanmış, orta ve büyük boyutlu problemlerde ise sapma oranı en fazla %3 civarında bulunmuştur. Önerilen BTE algoritmasının ele alınan ölçütler yönüyle üstün başarı gösterdiği gözlenmiştir.

Gelecek çalışmalar açısından, tez kapsamında geliştirilen modellerin, TP'nin kaynaklarda ele alınmamış olan genelleştirilmiş, kümelendirilmiş ve minmax gibi karşılaştırılabilir farklı uzantılarına uyarlanması yapılabilir. Ele alınan problemler için önerilen modeller ile ilgili karar destek sistemi oluşturularak gerçek hayatta kolay uygulanabilir ve çözüm alınabilir hale getirilebilir. Yanı sıra, kaynaklarda var olan ancak matematiksel modelleme içermeyen çevrimiçi TP ve önceliklendirilmiş TP gibi uzantıları için yeni matematiksel modeller geliştirilebilir. Ayrıca, tamircilerin bekleme süresini enküçüklemek gibi yeni ölçütler göz önüne alınarak geliştirilen modellerin çok ölçütlü bir yapıya nasıl dönüştürülebileceği üzerinde çalışılabilir. DZPTP için geliştirilen BTE algoritmasının ZPTP ve ZPÇTP için uyarlanması ve karma hale getirilmesi konusu ele alınabilir. DZPTP için farklı metasezgisel yöntemler geliştirilerek önerilen BTE algoritması ile karşılaştırmalı analizler yapılabilir. ZPTP, ÇZPTP ve DZPTP için kesin çözüm veren yöntemler

geliştirilebilir. Bu alanlarda yapılacak çalışmaların gerçek hayatta kullanılabilirliği yönünden ve bilime sağlayacağı katkı açısından önemli bir yere sahip olduğu düşünülmektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Council of Supply Chain Management Professionals, Illinois, USA. *CSCMP Glossary*, (2013). Accessed: Aug. 1, 2013. [Online]. Available: [https://cscmp.org/CSCMP/Educate/SCM\\_Definitions\\_and\\_Glossary\\_of\\_Terms.aspx](https://cscmp.org/CSCMP/Educate/SCM_Definitions_and_Glossary_of_Terms.aspx)
- [2] A. Blum, P. Chalasani, D. Coppersmith, B. Pulleyblank, P. Raghavan, and M. Sudan, "The minimum latency problem," in *Proc. 26th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, Montreal, Canada, May 23-25, 1994, pp. 163-171.
- [3] J. N. Tsitsiklis, "Special cases of traveling salesman and repairman problems with time windows," *Networks*, vol. 22, no. 3, pp. 263-282, May. 1992, doi: 10.1002/net.3230220305
- [4] M. Fischetti, G. Laporte, and S. Martello, "The deliveryman problem and cumulative matroids," *Operations Research*, vol. 41, no. 6, pp. 1055-1064, Nov. 1993, doi: 10.1287/opre.41.6.1055
- [5] L. Bianco, A. Mingozzi, and S. Ricciardelli, "The traveling salesman problem with cumulative costs," *Networks*, vol. 23, no. 2, pp. 81-91, Mar. 1993, doi: 10.1002/net.3230230202
- [6] A. Archer and D. P. Williamson, "Faster approximation algorithms for the minimum latency problem," in *Proc. 14th Annual ACM-SIAM Symp. on Discrete Algorithms (SODA '03)*, Baltimore, Maryland, Jan. 12-14, 2003, pp. 88-96.
- [7] F. Afrati, S. Cosmadakis, C. H. Papadimitriou, G. Papageorgiou, and N. Papakostantinou, "The complexity of the traveling repairman problem," *Theor. Info. Appl.*, vol. 20, no. 1, pp. 79-87, 1986, doi: 10.1051/ita/1986200100791
- [8] J. Fakcharoenphol, C. Harrelson, and S. Rao, "The k-traveling repairmen problem," *ACM Transactions on Algorithms*, vol. 3, no. 4, pp. 40-es, Nov. 2007, doi: 10.1145/1290672.1290677
- [9] S. Coene and F. C. R., Spieksma, "Profit-based latency problems on the line," *Operations Research Letters*, vol. 36, no. 3, pp. 333-337, May. 2008, doi: 10.1016/j.orl.2007.11.001

- [10] G. Heilporn, J-F. Cordeau, and G. Laporte, "The delivery man problem with time windows," *Discrete Optimization*, vol. 7, no. 4, pp. 269-282, Nov. 2010, doi: 10.1016/j.disopt.2010.06.002
- [11] Z. Luo, H. Qin, and A. Lim, "Branch-and-price-and-cut for the multiple traveling repairman problem with distance constraints," *European Journal of Operational Research*, vol. 234, no. 1, pp. 49-60, 2014, doi: 10.1016/j.ejor.2013.09.014
- [12] M. Avci and M. G. Avci, "A GRASP with iterated local search for the traveling repairman problem with profits," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 113, pp. 323-332, Nov. 2017, doi: 10.1016/j.cie.2017.09.032
- [13] I. Kara, B. Y. Kara, and M. K. Yetis, "Cumulative vehicle routing problems," in *Vehicle Routing Problem*, T. Caric and H. Gold, Vienna, Austria, I-Tech, 2008, pp. 85-98.
- [14] I. Omezine and S. Elloumi, "Polynomial formulation and heuristic based approach for the k-Travelling Repairman Problem", *International Journal of Mathematics in Operational Research*, vol.4, no. 5, pp. 503-514, Jan. 2012, doi: 10.1504/IJMOR.2012.048928
- [15] S. Nucamendi-Guillen, I. Martinez-Salazar, F. Angel-Bello, and J. M. Moreno-Vega, "A mixed integer formulation and an efficient metaheuristic procedure for the k-travelling Repairmen Problem," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 67, no. 8, pp. 1121-1134, Dec. 2017, doi: 10.1057/jors.2015.113
- [16] H. B. Ban, "A grasp+vnd algorithm for the multiple traveling repairman problem with distance constraints," *Journal of Computer Science and Cybernetics*, vol. 33, no. 3, pp. 272-288, Mar. 2018, doi: 10.15625/1813-9663/33/3/10511
- [17] F. Angel-Bello, Y. Cardona-Valdes, and A. Alvarez, "Mixed integer formulations for the multiple minimum latency problem," *Operational Research*, vol. 19, no. 2, pp. 369-398, June. 2019, doi: 10.1007/s12351-017-0299-4
- [18] S. Jmal, B. Haddar, and H. Chabchoub, "Apply the quantum particle swarm optimization for the K-traveling repairman problem," *Soft Computing*, vol. 23, pp. 12547-12560, Dec. 2019, doi: 10.1007/s00500-019-03805-x

- [19] A. E. F. Muritiba, T. O. Bonates, S. Oliveira Da Silva, and M. Iori, “Branch-and-cut and iterated local search for the weighted k-traveling repairman problem: an application to the maintenance of speed cameras,” *Transportation Science*, vol. 55, no. 1, pp. 139-159, Oct. 2020, doi: 10.1287/trsc.2020.1005
- [20] H. B. Ban and N. D. Nguyen, “Metaheuristic for the traveling repairman problem with time window constraints,” in *Proc. IEEE-RIVF International Conference on Computing and Communication Technologies (RIVF)*, Danang, Vietnam, Mar. 20-22, 2019, pp. 1-6.
- [21] T. Dewilde, D. Cattrysse, S. Coene, F. C. R. Spijksma, and P. Vansteenwegen, “Heuristics for the traveling repairman problem with profits,” *Computers and Operations Research*, vol. 40, no. 7, pp. 1700-1707, July. 2013, doi: 10.1016/j.cor.2013.01.003
- [22] P. Beraldi, M. E. Bruni, D. Lagana, and R. Musmanno, “The risk-averse traveling repairman problem with profits,” *Soft Computing*, vol. 23, no. 9, pp. 2979-2993, May. 2019, doi: 10.1007/s00500-018-3660-5
- [23] Y. Lu, J-K. Hao, and Q. Wu, “Hybrid evolutionary search for the traveling repairman problem with profits,” *Information Sciences*, vol. 502, pp. 91-108, Oct. 2019, doi: 10.1016/j.ins.2019.05.075
- [24] J. Pei, N. Mladenovic, D. Urosevic, J. Brimberg, and X. Liu, “Solving the traveling repairman problem with profits: A Novel variable neighborhood search approach,” *Information Sciences*, vol. 507, pp. 108-123, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.ins.2019.08.017
- [25] N. A. Arellano-Arriaga, J. Molina, S. E. Schaeffer, A. M. Alvarez-Socarras, and I. A. Martinez-Salazar, “A bi-objective study of the minimum latency problem,” *Journal of Heuristics*, vol. 25, no. 1, pp. 431-454, June. 2019, doi: 10.1007/s10732-019-09405-0
- [26] S. Bock and K. Klamroth, “Combining Traveling Salesman and Traveling Repairman Problems: A multi-objective approach based on multiple scenarios,” *Computers and Operations Research*, vol. 112, no. 1, pp. 1-15, Aug. 2019, doi: 10.1016/j.cor.2019.104766

- [27] S. O. Krumke, W. E. De Paepe, D. Poensgen, and L. Stougie, “News from the online traveling repairman,” *Theoretical Computer Science*, vol. 295, no.1-3, pp. 279-294, Feb. 2003, doi: 10.1016/S0304-3975(02)00409-7
- [28] P. Jaillet and M. R. Wagner, “Online Routing Problems: Value of Advanced Information as Improved Competitive Ratios,” *Transportation Science*, vol. 40, no. 2, pp. 200-210, May. 2006, doi: 10.1287/trsc.1060.0147
- [29] H. Zhang, W. Tong, G. Lin, and Y. Xu, “Online minimum latency problem with edge uncertainty,” *European Journal of Operational Research*, vol. 273, no. 2, pp. 418-429, Mar. 2019, doi: 10.1016/j.ejor.2018.08.017
- [30] R. Van Der Meer, “Operational control of internal transport,” Ph.D. thesis, Erasmus Univ., Rotterdam, Netherlands, 2000.
- [31] N. Bjelic and M. Vidovic, “Memetic algorithm for dynamic handling device allocation problem,” in *Proc. XXXVIII Operations Research Symp. (SYMOPIS 2011)*, Serbia, Oct. 4-7, 2011, pp. 359-362.
- [32] N. Bjelic, M. Vidovic, D. Popovic, and B. Ratkovic, “Genetic algorithm for solving travelling repairman problem with time windows,” in *Proc. XL operations research symposium (SYMOPIS 2013)*, Zlatibor, Serbia, Sep. 9-12, 2013, pp. 509-514.
- [33] N. Bjelic, M. Vidovic, and D. Popovic, “Variable neighborhood search algorithm for heterogeneous traveling repairmen problem with time windows,” *Expert Systems with Applications*, vol. 40, no. 15, pp. 5997-6006, Nov. 2013, doi: 10.1016/j.eswa.2013.05.036
- [34] N. Bjelic and D. Popovic, “Two-phase algorithm for solving heterogeneous travelling repairmen problem with time windows,” *International Journal for Traffic and Transport Engineering*, vol. 5, no. 1, pp. 64-73, Mar. 2015, doi: 10.7708/ijtte.2015.5(1).08
- [35] S. Liu, S. Qin, and R. Zhang, “A branch-and-price algorithm for the multi-trip multi-repairman problem with time windows,” *Transportation Research Part E: Logistics*

and *Transportation Review*, vol. 116, pp. 25-41, Aug. 2018, doi: 10.1016/j.tre.2018.05.009

- [36] R. Liu and Z. Jiang, “A hybrid large-neighborhood search algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem with time-window constraints,” *Applied Soft Computing*, vol. 80, pp. 18-30, July 2019, doi: 10.1016/j.asoc.2019.03.008
- [37] K. Chaudhuri, B. Godfrey, S. Rao, and K. Talwar, “Paths, trees, and minimum latency tours,” in *Proc. 44th Annual IEEE Symp. on Foundations of Computer Science (FOCS '03)*, Cambridge, MA, USA, Oct. 11-14, 2003, pp. 1-36.
- [38] C. Chekuri and A. Kumar, “Maximum coverage problem with group budget constraints,” in *Proc. APPROX and RANDOM*, Cambridge, MA, USA, Aug. 22-24, 2004, pp. 72-83.
- [39] T. W. Duket, “The multi-depot minimum latency problem with inter-depot routes,” M.S. thesis, Purdue Univ., West Lafayette, Indiana, 2014.
- [40] I. Post and C. Swamy, “Linear-Programming based approximation algorithms for multi-vehicle minimum latency problems,” in *Proc. 26th Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA '15)*, San Diego, California, USA, Jan. 4-6, 2015, pp. 512-531.
- [41] C. S. Martin and M. R. Salavatipour, “Approximation algorithms for capacitated k-travelling repairmen problems,” in *Proc. 27th International Symp. on Algorithms and Computation (ISAAC 2016)*, Sydney, Australia, Dec. 12-14, 2016, pp.1-12.
- [42] E. Lalla-Ruiz and S. Voß, “A POPMUSIC approach for the Multi-Depot Cumulative Capacitated Vehicle Routing Problem,” *Optimization Letters*, vol. 14, pp. 671-691, Apr. 2020, doi: 10.1007/s11590-018-1376-1
- [43] X. Wang, T-M. Choi, Z. Li, and S. Shao, “An effective local search algorithm for the multidepot cumulative capacitated vehicle routing problem,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 50, no. 12, pp. 4948-4958, Dec. 2020, doi: 10.1109/TSMC.2019.2938298

- [44] R. Jothi and B. Raghavachari, "Approximating the k-traveling repairman problem with repair times," *Journal of Discrete Algorithms*, vol. 5, no. 2, pp. 293-303, June. 2007, doi: 10.1016/j.jda.2006.03.023
- [45] M. E. Bruni, P. Beraldi, and S. Khodaparasti, "A heuristic Approach for the k-Traveling Repairman Problem with Profits under Uncertainty," *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, vol. 69, pp. 221-228, Aug. 2018, doi: 10.1016/j.endm.2018.07.029
- [46] Y. Lu, U. Benlic, Q. Wu, and B. Peng, "Memetic algorithm for the multiple traveling repairman problem with profits," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 80, pp. 35-47, Apr. 2019, doi: 10.1016/j.engappai.2019.01.014
- [47] M. G. Avcı and M. Avcı, "An adaptive large neighborhood search approach for multiple traveling repairman problem with profits," *Computers and Operations Research*, vol. 111, pp. 367-385, Nov. 2019, doi: 10.1016/j.cor.2019.07.012
- [48] S. Nucamendi, Y. Cardona-Valdes, and F. Angel-Bello, "Minimizing customers' waiting time in a vehicle routing problem with unit demands", *Journal of Computer and Systems Sciences International*, vol. 54, no. 6, pp. 886-881, Nov. 2015, doi: 10.1134/S1064230715040024
- [49] V. Bonifaci and L. Stougie, "Online k-server routing problems," *Theory of Computing Systems*, vol. 45, pp. 470-485, Oct. 2009, doi: 10.1007/s00224-008-9103-4
- [50] J. Hurink and S. Knust, "List scheduling in a parallel machine environment with precedence constraints and setup times," *Operations Research Letters*, vol. 29, no. 5, pp. 231-239, Dec. 2001, doi: 10.1016/S0167-6377(01)00104-3
- [51] B. Gacias, C. Artigues, and P. Lopez, "Parallel machine scheduling with precedence constraints and setup times," *Computers and Operations Research*, vol. 37, no. 12, pp. 2141-2151, Dec. 2010, doi: 10.1016/j.cor.2010.03.003
- [52] I. Kara and T. Derya, "Formulations for minimizing tour duration of the traveling salesman problem with time windows," *Procedia Economics and Finance*, vol. 26, pp. 1026-1034, Oct. 2015, doi: 10.1016/S2212-5671(15)00926-0



- [53] Y. Dumas, J. Desrosiers, E. Gelinas, and M. M. Solomon, "An optimal algorithm for the traveling salesman problem with time windows," *Operations Research*, vol. 43, no. 2, pp. 367-371, Apr. 1995, doi: 10.1287/opre.43.2.367
- [54] M. Gendreau, A. Hertz, G. Laporte, and M. Stan, "A generalized insertion heuristic for the traveling salesman problem with time windows," *Operations Research*, vol. 46, no. 3, pp. 330-335, May. 1998, doi: 10.1287/opre.46.3.330
- [55] M. M. Solomon, "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time windows," *Operations Research*, vol. 35, no. 2, pp. 254-265, Apr. 1987, doi: 10.1287/opre.35.2.254
- [56] H-B. Ban, "A metaheuristic for the delivery man problem with time windows," *Journal of Combinatorial Optimization*, vol. 41, pp. 794-816, May. 2021, doi: 10.1007/s10878-021-00716-2
- [57] I. Kara, O. N. Koc, F. Altıparmak, and B. Dengiz, "New integer linear programming formulation for the traveling salesman problem with time windows: minimizing tour duration with waiting times," *Optimization*, vol. 62, no. 10, Oct. 2013, pp.1309-1319, doi: 10.1080/02331934.2013.824445
- [58] A. S. Manne, "On the job-shop scheduling problem," *Operations Research*, vol. 8, no. 2, pp. 219-223, Apr. 1960, doi: 10.1287/opre.8.2.219
- [59] C. E. Miller, A. W. Tucker, and W. A. Zemlin, "Integer programming formulation of traveling salesman problems," *Journal of the Association for Computing Machinery*, vol. 7, no. 4, pp. 326-329, Oct. 1960, doi: 10.1145/321043.321046
- [60] N. Ascheuer, "Hamiltonian path problems in the online optimization of flexible manufacturing systems," Ph.D. thesis, Technische Univ., Berlin, Germany, 1995.
- [61] C. S. Martin and M. R. Salavatipour, "Minimizing Latency of Capacitated k-Tours," *Algorithmica*, vol. 80, pp. 2492-2511, Aug. 2018, doi: 10.1007/s00453-017-0337-x
- [62] J. F. Cordeau, M. Gendreau, and G. Laporte, "A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems," *Networks*, vol. 30, no. 2, pp. 105-119, Dec. 1998, doi: 10.1002/(SICI)1097-0037

- [63] R. Elshaer, and H. Awad, "A taxonomic review of metaheuristic algorithms for solving the vehicle routing problem and its variants," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 140, pp. 1-19, Feb. 2020, doi: 10.1016/j.cie.2019.106242
- [64] A. Salehi and B. Masoumi, "Solving Traveling Salesman Problem based on Biogeography-based Optimization and Edge Assembly Cross-over," *Journal of Artificial Intelligence and Data Mining*, vol. 8, no. 3, pp. 313-329, Aug. 2020, doi: 10.22044/jadm.2020.7835.1922
- [65] M. Berghida and A. Boukra, "EBBO: an enhanced biogeography-based optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 77, pp. 1711-1725, Apr. 2015, doi: 10.1007/s00170-014-6512-1
- [66] X. Wang and H. Duan, "A hybrid biogeography-based optimization algorithm for job shop scheduling problem," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 73, pp. 96-114, July. 2014, doi: 10.1016/j.cie.2014.04.006
- [67] J. Lin and S. Zhang, "An effective hybrid biogeography-based optimization algorithm for the distributed assembly permutation flow-shop scheduling problem," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 97, pp. 128-136, July. 2016, doi: 10.1016/j.cie.2016.05.005
- [68] G-Q. Yang, Y-K. Liu, and K. Yang, "Multi-objective biogeography-based optimization for supply chain network design under uncertainty," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 85, pp. 145-156, July. 2015, doi: 10.1016/j.cie.2015.03.008
- [69] G. Yang and Y. Liu, "Optimizing an equilibrium supply chain network design problem by an improved hybrid biogeography based optimization algorithm," *Applied Soft Computing*, vol. 58, pp. 657-668, Sep. 2017, doi: doi.org/10.1016/j.asoc.2017.05.023
- [70] D. Simon, "Biogeography-based optimization," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 12, no. 6, pp. 702-713, Dec. 2008, doi: 10.1109/TEVC.2008.919004

## EKLER

### EK1: Tamirci Problemi için Kaynaklarda Var Olan Uzantıları ile ilgili Yapılan Çalışmalar

UZANTILAR	YAYIN	YIL	MATEMATİKSEL MODEL	ÇÖZÜM YAKLAŞIMI
Çok gezginli TP	The k-traveling repairmen problem	2007		Yaklaşım algoritması
	Cumulative vehicle routing problems	2008	✓	Karma tamsayı programlama
	Polynomial formulation and heuristic based approach for the k-traveling repairmen problem	2012	✓	Karma tamsayı programlama ve sezgisel algoritma
	Branch-and-price-and-cut for the multiple traveling repairman problem with distance constraints	2014	✓	Karma tamsayı programlama
	A mixed integer formulation and an efficient metaheuristic procedure for the k-Travelling Repairmen Problem	2017	✓	Karma tamsayı programlama ve sezgisel algoritma
	A grasp+vnd algorithm for the multiple traveling repairman problem with distance constraints	2018		Sezgisel algoritma
	Mixed integer formulations for the multiple minimum latency problem	2019	✓	Karma tamsayı programlama
	Apply the quantum particle swarm optimization for the K-traveling repairman problem	2019		Metasezgisel algoritma
	Branch-and-cut and iterated local search for the weighted k-traveling repairman problem: an application to the maintenance of speed cameras 21	2019		Sezgisel algoritma ve dal-kesme algoritması
Zaman pencere TP	Special cases of traveling salesman and repairman Problems with time windows	1992		Karmaşıklık analizi
	The delivery man problem with time windows	2010		Karma tamsayı programlama
	Metaheuristic for the traveling repairman problem with time window constraints	2019		Metasezgisel algoritma
	A metaheuristic for the delivery man problem with time windows	2021		Metasezgisel algoritma

Çevrimiçi (Online) TP	News from the online traveling repairman	2003		Sezgisel algoritma
	Online routing problems: value of advanced information as improved competitive ratios	2006		Sezgisel algoritma
	Online minimum latency problem with edge uncertainty	2019		Sezgisel algoritma
Çok amaçlı TP	A bi-objective study of the minimum latency problem	2019		Sezgisel algoritma
	Combining traveling salesman and traveling repairman problems: A multi-objective approach based on multiple scenarios	2019		Karmaşıklık analizi
Kar tabanlı TP	Profit-based latency problems on the line	2008		Karmaşıklık analizi
	Heuristics for the traveling repairman problem with profits	2013	✓	Karma tamsayılı programlama
	A GRASP with iterated local search for the traveling repairman problem with profits	2017	✓	Karma tamsayılı programlama
	The risk-averse traveling repairman problem with profits	2019	✓	Karma tamsayılı programlama
	Hybrid evolutionary search for the traveling repairman problem with profits	2019	✓	Sezgisel algoritma
	Solving the traveling repairman problem with profits: A Novel variable neighborhood search approach	2020		Sezgisel algoritma

## EK2: Çok Gezginli Tamirci Problemi için Kaynaklarda Var Olan Uzantıları ile ilgili Yapılan Çalışmalar

UZANTILAR	YAYIN	YIL	MATEMATİKSEL MODEL	ÇÖZÜM YAKLAŞIMI
Zaman pencereci ÇTP	Operational control of Internal Transport	2000	✓	Karma tamsayı programlama
	Memetic algorithm for dynamic handling device allocation problem	2011		Memetik algoritma
	Genetic algorithm for solving travelling repairman problem with time windows	2013		Genetik algoritma
	Variable neighborhood search algorithm for heterogeneous traveling repairmen problem with time Windows	2013	✓	Karma tamsayı programlama
	Two-phase algorithm for solving heterogeneous traveling repairmen problem with time Windows	2015		İki fazlı yerel arama algoritması
Çok depolu ÇTP	Paths, trees, and minimum latency tours	2003		Yaklaşım algoritması
	Maximum coverage problem with group budget constraints	2003		Yaklaşım algoritması
	The Multi-Depot Minimum Latency Problem with Inter-Depot Routes	2014	✓	Karma tamsayı programlama
	Linear-Programming based Approximation Algorithms for Multi-Vehicle Minimum Latency Problems	2015		Yaklaşım algoritması
	Approximation algorithms for capacitated k-travelling repairmen problems	2016		Yaklaşım algoritması
	A POPMUSIC approach for the multi-depot cumulative capacitated vehicle routing problem	2020	✓	Karma tamsayı programlama ve sezgisel algoritma
	An effective local search algorithm for the multidepot cumulative capacitated vehicle routing problem	2020	✓	Karma tamsayı programlama ve sezgisel algoritma
Sınırlandırılmış ÇTP	Approximating the k-traveling repairman problem with repair times	2007		Yaklaşım algoritması
Birim talepli ÇTP	Minimizing customers' waiting time in a vehicle routing problem with unit demands	2015	✓	Karma tamsayı programlama

Kar tabanlı ÇTP	Profit-based latency problems on the line	2008		Karmaşıklık analizi
	A heuristic approach for the k-traveling repairman problem with profits under uncertainty	2018		Sezgisel algoritma
	Memetic algorithm for the multiple traveling repairman problem with profits	2019	✓	Memetik algoritma
	An adaptive large neighborhood search approach for multiple traveling repairman problem with profits	2019	✓	Karma tamsayılı programlama
Çevrimiçi (Online) ÇTP	Online k -Server Routing Problems	2009		Sezgisel algoritma
Önceliklendirilmiş ÇTP	List scheduling in a parallel machine environment with precedence constraints and setup times	2001		Polinom algoritma
	Parallel machine scheduling with precedence constraints and setup times	2010		Dal sınır algoritması

**EK3: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için ZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	Eniyi Değer	M1	M2	YM1	YM2	YM3	YM4
20	20	1	2528	112,46	0,04	0,02	0,94	0,02	0,02
		2	2560	20,62	0,08	0,08	1,13	0,03	0,02
		3	2671	48,55	0,06	0,05	0,76	0,01	0,03
		4	2975	13,42	0,04	0,03	0,55	0,01	0,02
		5	2819	30,6	0,06	0,08	0,97	0,02	0,03
20	40	1	2270	1549,92	0,33	0,59	4,28	0,05	0,03
		2	2679	28,58	0,13	0,13	1,05	0,03	0,03
		3	2774	21,34	0,13	0,08	4,28	0,05	0,05
		4	2568	19,63	0,17	0,23	2,34	0,03	0,03
		5	2475	354,94	0,13	0,20	8,05	0,03	0,05
20	60	1	2421	114,24	3,88	13,51	9,69	0,14	0,13
		2	2176	163,83	0,33	0,47	10,56	0,08	0,06
		3	2694	236,75	0,25	0,25	3,39	0,06	0,08
		4	2020	20,06	2,86	5,69	6,13	0,09	0,16
		5	2865	345,55	0,44	2,28	10,09	0,08	0,09
		1	2990	380,38	3,95	7,89	29,80	0,08	0,16
		2	2669	635,06	2,13	3,16	19,31	0,09	0,17

20	80	3	2643	467,00	4,28	12,55	12,72	0,08	0,09
		4	2552	363,24	6,17	8,84	15,75	0,11	0,16
		5	2258	676,78	137,19	309,84	108,14	0,16	0,17
20	100	1	2269	192,77	771,47	2937,92	72,59	0,19	0,19
		2	2082	121,08	341,75	2047,75	80,73	0,22	0,20
		3	2416	179,14	139,48	491,99	48,08	0,17	0,16
		4	2862	984,00	40,45	84,59	60,00	0,19	0,16
		5	2213	386,17	70,78	195,77	47,17	0,20	0,19
40	20	1	7875	-	0,31	0,58	50,72	0,07	0,07
		2	7527	-	0,69	1,13	68,55	0,06	0,06
		3	7535	-	0,27	0,81	21,66	0,08	0,05
		4	7031	-	0,27	0,39	39,37	0,06	0,08
		5	7462	-	0,52	0,98	35,68	0,07	0,05
40	40	1	7663	-	3,13	8,63	-	0,09	0,09
		2	7104	-	26,91	90,67	-	0,19	0,22
		3	7483	-	10,86	40,88	-	0,14	0,13
		4	6915	-	1,13	2,66	-	0,08	0,09
		5	7142	-	198,83	299,17	-	0,19	0,22
		1	7066	-	-	-	-	0,27	0,32
		2	7247	-	-	-	-	0,23	0,24



40	60	3	6758	-	-	-	-	0,27	0,26
		4	5532	-	-	-	-	31,64	42,39
		5	6190	-	-	-	-	0,66	1,55
40	80	1	8152	-	-	-	-	1,55	0,63
		2	7123	-	-	-	-	2,38	1,83
		3	7075	-	-	-	-	0,59	1,33
		4	7173	-	-	-	-	0,70	0,58
		5	6828	-	-	-	-	2,14	2,30
40	100	1	6773	-	-	-	-	114,27	93,25
		2	6687	-	-	-	-	69,09	58,38
		3	6178	-	-	-	-	5,94	6,98
		4	6912	-	-	-	-	0,70	1,47
		5	6343	-	-	-	-	23,89	20,75
60	20	1	13283	-	4,3	31,84	-	0,11	0,05
		2	13996	-	3,96	22,93	-	0,16	0,04
		3	13782	-	5,61	16,47	-	0,14	0,11
		4	12965	-	2,97	11,1	-	0,07	0,09
		5	13351	-	0,5	2,72	-	0,09	0,07
		1	12649	-	-	-	-	0,52	0,30
		2	13448	-	-	-	-	1,45	1,22

60	40	3	15012	-	-	-	-	16,34	13,34
		4	12584	-	-	-	-	0,22	0,20
		5	14100	-	-	-	-	0,58	0,42
60	60	1	13455	-	-	-	-	14,28	5,50
		2	14506	-	-	-	-	6,59	5,41
		3	12462	-	-	-	-	22,09	29,36
		4	13801	-	-	-	-	5,39	14,36
		5	13348	-	-	-	-	3,80	3,44
60	80	1	13512	-	-	-	-	792,3	986,39
		2	13438	-	-	-	-	1135,21	1561,58
		3	13600	-	-	-	-	985,22	1356,39
		4	12915	-	-	-	-	1214,14	1298,6
		5	11946	-	-	-	-	1345,2	1605,36
80	20	1	19564	-	-	-	-	0,25	0,31
		2	20682	-	-	-	-	0,19	0,17
		3	20530	-	-	-	-	0,2	0,26
		4	20181	-	-	-	-	0,17	0,19
		5	21913	-	-	-	-	0,21	0,18
		1	20661	-	-	-	-	156,81	263,2
		2	20460	-	-	-	-	27,5	15,55

80	40	3	19860	-	-	-	-	0,38	0,52
		4	21172	-	-	-	-	0,22	0,25
		5	20523	-	-	-	-	57,03	73,2
80	60	1	19366	-	-	-	-	156,02	698,3
		2	19294	-	-	-	-	486,64	958,36
		3	19257	-	-	-	-	102,1	157,36
		4	20263	-	-	-	-	92,91	165,32
		5	20266	-	-	-	-	1873,73	2067,66
100	20	1	30604	-	-	-	-	0,56	0,42
		2	28858	-	-	-	-	0,41	0,31
		3	30030	-	-	-	-	0,15	0,12
		4	28316	-	-	-	-	0,24	0,22
		5	28770	-	-	-	-	0,27	0,11
100	40	1	25904	-	-	-	-	986,25	1023,75
		2	28767	-	-	-	-	1015,23	1245,9
		3	28008	-	-	-	-	789,22	896,98
		4	27432	-	-	-	-	656,6	718,8
		5	30015	-	-	-	-	497,17	1172,85
		1	54140	-	-	-	-	848,23	1196,32
		2	53378	-	-	-	-	1269,61	1354,28

150	20	3	47703	-	-	-	-	926,09	789,25
		4	49519	-	-	-	-	757,63	730,23
		5	51146	-	-	-	-	874,89	1358,3

**EK4: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için Ban Metasezgiseli ile YM3 ve YM4 Modelleri Tarafından Elde Edilen Değerler ve CPU Süreleri (sn)**

Problem			Eniyi değer	YM3	YM4	Ban Metasezgiseli	
Kod	Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği		CPU	CPU	Bulunan değer	CPU
n20w20.001	20	20	2528	0,02	0,02	<b>2528</b>	0,49
n20w20.002			2560	0,03	0,02	<b>2560</b>	0,54
n20w20.003			2671	0,01	0,03	<b>2671</b>	0,50
n20w20.004			2975	0,01	0,02	<b>2975</b>	0,52
n20w40.001	20	40	2270	0,05	0,03	<b>2270</b>	0,49
n20w40.002			2679	0,03	0,03	<b>2679</b>	0,53
n20w40.003			2774	0,05	0,05	<b>2774</b>	0,50
n20w40.004			2568	0,03	0,03	<b>2568</b>	0,53
n20w60.001	20	60	2421	0,14	0,13	<b>2421</b>	0,54
n20w60.002			2176	0,08	0,06	<b>2176</b>	0,54
n20w60.003			2694	0,06	0,08	<b>2694</b>	0,52
n20w60.004			2020	0,09	0,16	<b>2020</b>	0,49
n20w80.001	20	80	2990	0,08	0,16	<b>2990</b>	0,50
n20w80.002			2669	0,09	0,17	<b>2669</b>	0,55
n20w80.003			2643	0,08	0,09	<b>2643</b>	0,49

n20w80.004			2552	0,11	0,16	2627	0,55
n20w100.001	20	100	2269	0,19	0,19	2294	0,52
n20w100.002			2082	0,22	0,20	<b>2082</b>	0,56
n20w100.003			2416	0,17	0,16	<b>2416</b>	0,49
n20w100.004			2862	0,19	0,16	2914	0,52
n40w20.001	40	20	7875	0,07	0,07	<b>7875</b>	2,55
n40w20.002			7527	0,06	0,06	<b>7527</b>	2,76
n40w20.003			7535	0,08	0,05	<b>7535</b>	2,77
n40w20.004			7031	0,06	0,08	<b>7031</b>	2,93
n40w40.001	40	40	7663	0,09	0,09	<b>7663</b>	2,74
n40w40.002			7104	0,19	0,22	<b>7104</b>	2,70
n40w40.003			7483	0,14	0,13	<b>7483</b>	2,84
n40w40.004			6915	0,08	0,09	6917	2,87
n40w60.001	40	60	7066	0,27	0,32	<b>7066</b>	2,76
n40w60.002			7247	0,23	0,24	<b>7247</b>	2,67
n40w60.003			6758	0,27	0,26	<b>6758</b>	2,58
n40w60.004			5532	31,64	42,39	5548	2,79
n40w80.001	40	80	8152	1,55	0,63	8229	2,63
n40w80.002			7123	2,38	1,83	7176	2,52
n40w80.003			7075	0,59	1,33	<b>7075</b>	2,88

n40w80.004			7166	0,70	0,58	<b>7166</b>	2,62
n40w100.001	40	100	6773	114,27	93,25	6858	2,72
n40w100.002			6687	69,09	58,38	6778	2,84
n40w100.003			6178	5,94	6,98	<b>6178</b>	2,68
n40w100.004			6912	0,70	1,47	7019	2,87
n60w20.002			60	20	13996	0,16	0,04
n60w20.003	13782	0,14			0,11	13808,25	14,80
n60w20.004	12965	0,07			0,09	12980,40	14,15
n60w40.003	60	40	15012	16,34	13,34	15081,67	14,69
n60w40.004			12584	0,22	0,20	12605,00	14,48
n60w60.001	60	60	13455	14,28	5,50	13534,80	14,17
n60w60.002			14506	6,59	5,41	14846,08	13,49
n60w60.003			12462	22,09	29,36	12738,17	14,33
n60w60.004			13801	5,39	14,36	14060,56	13,17
n60w80.001	60	80	13512	792,3	986,39	13850,79	14,25
n60w80.002			13438	1135,2	1561,58	13990,34	14,32
n60w80.003			13600	985,22	1356,39	14096,03	14,46
n60w80.004			12915	1214,1	1298,6	13141,90	14,78
n80w20.001	80	20	19564	0,25	0,31	19616,09	24,54
n80w20.002			20682	0,19	0,17	20696,50	27,56

n80w20.003			20530	0,2	0,26	20556,67	26,78
n80w20.004			20181	0,17	0,19	20267,08	26,48
n80w40.001	80	40	20661	156,81	263,2	20861,43	26,81
n80w40.003			19860	0,38	0,52	19895,36	26,26
n80w40.004			21172	0,22	0,25	21288,17	27,88
n80w60.001	80	60	19366	156,02	698,3	19623,11	27,91
n80w60.002			19294	486,64	958,36	19542,45	27,15
n80w60.003			19257	102,1	157,36	19425,41	26,12
n80w60.004			20263	92,91	165,32	20414,38	26,47
n100w20.001	100	20	30604	0,56	0,42	30676,53	48,28
n100w20.003			30030	0,15	0,12	30083,54	45,17
n100w20.004			28316	0,24	0,22	28359,00	45,68
n100w40.001	100	40	25904	986,25	1023,75	25992,51	47,60
n100w40.002			28767	1015,2	1245,9	29070,29	47,93
n100w40.003			28008	789,22	896,98	28121,64	47,59
n100w40.004			27432	656,6	718,8	27730,64	46,80
n150w20.001	150	20	54140	848,23	1196,32	5427,6	124,1
n150w20.002			53378	1269,6	1354,28	5352,9	121,1
n150w20.003			47703	926,09	789,25	4788,6	122,2
n150w20.004			49519	757,63	730,23	4963,1	123,7



**EK5: Gendreau et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için YM3 ve YM4 Modelleri Tarafından Elde Edilen Eniyi Değerler ve CPU Süreleri (sn)**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	Eniyi değer	YM3	YM4
20	120	1	2175	0,80	0,33
		2	2193	2,61	1,97
		3	2337	0,25	0,27
		4	2686	0,38	0,28
		5	2226	0,38	0,30
20	140	1	1826	0,50	0,39
		2	2330	0,86	0,30
		3	2194	0,27	0,24
		4	2278	2,56	2,09
		5	2113	0,20	0,25
20	160	1	2146	3,14	2,73
		2	1830	0,39	0,44
		3	2286	0,30	0,31
		4	1616	0,39	0,28
		5	2292	0,39	0,45
		1	2477	0,42	0,41

20	180	2	2315	0,58	0,44
		3	2414	1,75	1,78
		4	1924	2,99	1,80
		5	1869	3,06	2,95
20	200	1	1975	5,17	4,89
		2	1799	5,41	3,81
		3	2075	3,03	2,27
		4	2595	17,14	7,61
		5	1954	11,59	12,13
40	120	1	6800	50,22	24,81
		2	6265	514,98	1127,95
		3	6411	355,24	983,61
		4	5855	6,52	9,25
		5	6510	24,91	22,63

**EK6: Gendreau et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için Ban Metasezgiseli ile YM3 ve YM4 Modelleri Tarafından Elde Edilen Değerler ve CPU Süreleri (sn)**

Problem			Eniyi değer	YM3	YM4	Ban Metasezgiseli	
Kod	Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği		CPU	CPU	Bulunan değer	CPU
n20w120.002	20	120	2193	2,61	1,97	<b>2193</b>	0,51
n20w120.003			2337	0,25	0,27	<b>2337</b>	0,48
n20w120.004			2686	0,38	0,28	<b>2686</b>	0,43
n20w140.002	20	140	2330	0,86	0,30	<b>2330</b>	0,50
n20w140.003			2194	0,27	0,24	<b>2194</b>	0,48
n20w140.004			2278	2,56	2,09	2279	0,45
n20w160.002	20	160	1830	0,39	0,44	<b>1830</b>	0,49
n20w160.003			2286	0,30	0,31	<b>2286</b>	0,45
n20w160.004			1616	0,39	0,28	<b>1616</b>	0,50
n20w180.002	20	180	2315	0,58	0,44	<b>2315</b>	0,52
n20w180.003			2414	1,75	1,78	<b>2414</b>	0,46
n20w180.004			1924	2,99	1,80	2624	0,51
n20w200.002	20	200	1799	5,41	3,81	<b>1799</b>	0,46
n20w200.003			2075	3,03	2,27	2144	0,44
n20w200.004			2595	17,14	7,61	2624	0,49

n40w120.002	40	120	6265	514,98	1127,9	<b>6265</b>	2,84
n40w120.003			6411	355,24	983,61	<b>6411</b>	2,85
n40w120.004			5855	6,52	9,25	<b>5855</b>	2,72

**EK7: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemler için ZPTP Sapma Oranları**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	M1	M2	YM1	YM2	YM3	YM4
20	20	1	0,07	0	0	0,07	0	0
		2	0,076	0	0	0,076	0,001	0,001
		3	0,071	0	0	0,07	0,001	0,001
		4	0,075	0	0	0,074	0	0
		5	0,058	0,009	0,009	0,057	0,001	0,001
20	40	1	0,124	0,110	0,107	0,124	0,013	0,013
		2	0,082	0,022	0,021	0,081	0,019	0,019
		3	0,087	0,016	0,052	0,087	0,009	0,009
		4	0,126	0,072	0,071	0,124	0,019	0,019
		5	0,098	0,050	0,044	0,098	0,020	0,020
20	60	1	0,142	0,104	0,125	0,141	0,048	0,049
		2	0,168	0,089	0,109	0,168	0,07	0,07
		3	0,098	0,098	0,094	0,098	0,054	0,054
		4	0,089	0,116	0,135	0,089	0,045	0,046
		5	0,161	0,085	0,091	0,159	0,061	0,061
		1	0,286	0,164	0,143	0,25	0,089	0,087
		2	0,152	0,189	0,185	0,185	0,065	0,064

20	80	3	0,21	0,132	0,114	0,105	0,075	0,075
		4	0,141	0,141	0,152	0,221	0,092	0,088
		5	0,225	0,187	0,198	0,215	0,109	0,104
20	100	1	0,28	0,273	0,221	0,293	0,119	0,119
		2	0,291	0,168	0,144	0,229	0,101	0,101
		3	0,229	0,21	0,321	0,38	0,205	0,205
		4	0,181	0,189	0,193	0,197	0,185	0,185
		5	0,159	0,19	0,16	0,17	0,174	0,174
40	20	1	-	0,012	0,027	0,05	0,006	0,006
		2	-	0,026	0,025	0,044	0,008	0,008
		3	-	0,028	0,028	0,053	0,011	0,011
		4	-	0,031	0,031	0,045	0,005	0,005
		5	-	0,038	0,019	0,043	0,005	0,005
40	40	1	-	0,061	0,061	-	0,011	0,011
		2	-	0,036	0,039	-	0,020	0,020
		3	-	0,061	0,060	-	0,016	0,014
		4	-	0,073	0,071	-	0,017	0,017
		5	-	0,048	0,055	-	0,033	0,033
		1	-	-	-	-	0,044	0,044
		2	-	-	-	-	0,07	0,07

40	60	3	-	-	-	-	0,054	0,054
		4	-	-	-	-	0,045	0,045
		5	-	-	-	-	0,052	0,052
40	80	1	-	-	-	-	0,058	0,058
		2	-	-	-	-	0,095	0,095
		3	-	-	-	-	0,052	0,052
		4	-	-	-	-	0,074	0,074
		5	-	-	-	-	0,078	0,078
40	100	1	-	-	-	-	0,126	0,126
		2	-	-	-	-	0,102	0,102
		3	-	-	-	-	0,135	0,135
		4	-	-	-	-	0,085	0,085
		5	-	-	-	-	0,116	0,116
60	20	1	-	0,034	0,034	-	0,005	0,005
		2	-	0,025	0,025	-	0,001	0,003
		3	-	0,014	0,016	-	0,006	0,006
		4	-	0,029	0,029	-	0,004	0,005
		5	-	0,02	0,023	-	0,002	0,002
		1	-	-	-	-	0,025	0,025
		2	-	-	-	-	0,023	0,020

60	40	3	-	-	-	-	0,025	0,025
		4	-	-	-	-	0,020	0,017
		5	-	-	-	-	0,017	0,017
60	60	1	-	-	-	-	0,056	0,054
		2	-	-	-	-	0,041	0,041
		3	-	-	-	-	0,036	0,036
		4	-	-	-	-	0,048	0,048
		5	-	-	-	-	0,031	0,031
60	80	1	-	-	-	-	0,065	0,068
		2	-	-	-	-	0,062	0,062
		3	-	-	-	-	0,095	0,096
		4	-	-	-	-	0,078	0,079
		5	-	-	-	-	0,088	0,088
80	20	1	-	-	-	-	0,005	0,005
		2	-	-	-	-	0,006	0,006
		3	-	-	-	-	0,002	0,002
		4	-	-	-	-	0,005	0,005
		5	-	-	-	-	0,007	0,007
		1	-	-	-	-	0,025	0,025
		2	-	-	-	-	0,030	0,031



80	40	3	-	-	-	-	0,016	0,015
		4	-	-	-	-	0,010	0,009
		5	-	-	-	-	0,027	0,027
80	60	1	-	-	-	-	0,038	0,038
		2	-	-	-	-	0,045	0,047
		3	-	-	-	-	0,021	0,021
		4	-	-	-	-	0,036	0,037
		5	-	-	-	-	0,02	0,024
100	20	1	-	-	-	-	0,009	0,008
		2	-	-	-	-	0,005	0,006
		3	-	-	-	-	0,002	0,002
		4	-	-	-	-	0,004	0,005
		5	-	-	-	-	0,007	0,006
100	40	1	-	-	-	-	0,015	0,014
		2	-	-	-	-	0,023	0,023
		3	-	-	-	-	0,021	0,021
		4	-	-	-	-	0,018	0,018
		5	-	-	-	-	0,018	0,018
		1	-	-	-	-	0,011	0,011
		2	-	-	-	-	0,002	0,002

150	20	3	-	-	-	-	0,005	0,005
		4	-	-	-	-	0,004	0,004
		5	-	-	-	-	0,009	0,009

**EK8: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin k=2 ve k=3 için Homojen ÇZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	k=2 CPU				k=3 CPU			
			Eniyi değer	M3	kYM1Hom	kYM2Hom	Eniyi değer	M3	kYM1Hom	kYM2Hom
20	20	1	2422,14	0,25	0,11	8,41	2418,74	0,63	0,31	7,67
		2	2420,44	0,17	0,14	7,52	2413,24	0,30	0,11	6,16
		3	2556,38	0,17	0,14	6,45	2545,25	0,28	0,16	4,31
		4	2836,83	0,17	0,09	4,97	2830,78	0,22	0,09	4,41
		5	2702	0,20	0,09	2,83	2694,86	0,27	0,08	2,28
20	40	1	2161,59	0,50	0,19	10,22	2144,10	0,52	0,20	8,31
		2	2510,80	0,70	0,19	7,55	2495,90	0,42	0,11	6,00
		3	2603,20	0,44	0,14	6,83	2586,14	0,48	0,16	7,30
		4	2344,15	0,39	0,22	9,16	2326,66	0,80	0,19	7,45
		5	2331,70	0,34	0,20	11,63	2328,86	0,81	0,22	7,33
20	60	1	2178,16	6,83	0,41	12,77	2168,48	7,75	0,34	10,03
		2	2002,72	0,91	0,36	10,55	1982,18	1,09	0,33	7,42
		3	2517,99	4,72	1,31	14,50	2485,50	5,75	0,39	10,64
		4	1874,04	4,97	0,45	16,08	1854,70	4,22	0,31	10,09
		5	2593,21	1,98	0,27	8,20	2565,61	0,58	0,16	7,17
		1	2623,53	2,48	0,36	9,83	2594,86	1,31	0,33	9,28

20	80	2	2297,18	7,48	0,86	36,56	2212,05	4,94	0,31	11,25
		3	2329,28	13,91	2,03	118,75	2249,17	5,31	0,41	10,25
		4	2260,46	2,81	0,36	17,45	2221,56	1,52	0,25	10,06
		5	1844,99	13,63	2,64	45,84	1816,03	8,45	0,53	18,66
20	100	1	1891,32	106,80	2,28	123,55	1863,47	170,42	1,89	17,25
		2	1845,84	29,30	2,38	162,22	1813,28	21,76	1,63	26,02
		3	2014,24	2269,5	10,97	347,42	1965,73	376,31	2,28	152,05
		4	2372,51	75,91	1,81	84,47	2304,74	70,16	0,39	12,03
		5	1965,63	54,56	2,38	176,59	1911,42	17,52	0,45	17,16
40	20	1	7599,16	2,56	1,06	53,06	7585,19	4,58	0,48	51,11
		2	7214,94	1,00	0,47	39,58	7208,06	4,28	0,44	25,19
		3	7292,70	2,66	0,92	160,03	7270,59	1,97	0,45	146,84
		4	6810,79	1,33	0,55	54,86	6797,86	3,11	0,48	81,67
		5	7203,82	4,09	1,66	163,09	7170,22	2,00	0,56	51,84
40	40	1	7263,05	44,13	7,84	-	7210,84	11,84	2,30	101,05
		2	6801,47	99,51	4,75	-	6762,65	12,64	0,75	48,14
		3	7030,63	111,42	4,67	-	6988,05	55,13	1,02	394,16
		4	6501,32	11,42	5,64	-	6461,34	21,58	0,67	87,73
		5	6755,07	10,59	6,70	-	6707,08	5,17	0,69	82,02
		1	6525,53	-	72,03	-	6469,42	-	8,31	-
		2	6597,31	-	12,78	-	6542,08	-	5,30	-

40	60	3	6199,51	-	60,11	-	6130,69	-	10,16	-
		4	5070,18	-	31,73	-	5042,11	-	11,17	-
		5	5745,53	-	101,55	-	5667,90	-	2,95	-
40	80	1	-	-	-	-	7281,73	-	6,64	-
		2	-	-	-	-	6102,99	-	7,14	-
		3	-	-	-	-	6388,28	-	4,16	-
		4	-	-	-	-	6573,68	-	40,83	-
		5	-	-	-	-	6170,87	-	6,86	-
40	100	1	-	-	-	-	5604,19	-	12,50	-
		2	-	-	-	-	5736,99	-	7,23	-
		3	-	-	-	-	5331,21	-	125,26	-
		4	-	-	-	-	6110,92	-	32,64	-
		5	-	-	-	-	5454,23	-	8,92	-
60	20	1	13022,06	10,06	4,63	873,14	13000,36	10,02	1,33	290,73
		2	13681,92	26,91	4,91	376,09	13657,89	29,67	5,80	367,67
		3	13413,91	16,53	5,38	744,55	13389	7,66	1,66	633,73
		4	12664,43	214,11	11,86	863,75	12618,90	18,39	1,84	163,13
		5	12974,33	16,92	8,27	704,11	12940,64	14,88	1,95	255,88
60	40	1	-	-	-	-	11975,61	-	7,66	-
		2	-	-	-	-	12787,26	-	10,31	-
		3	-	-	-	-	14254,48	-	4,31	-

		4	-	-	-	-	11681,70	-	19,84	-
		5	-	-	-	-	13465,54	-	10,70	-
60	60	1	-	-	-	-	12498,21	-	906,55	-
		2	-	-	-	-	13834,66	-	11,66	-
		3	-	-	-	-	11314,60	-	16,53	-
		4	-	-	-	-	12593,03	-	125,45	-
		5	-	-	-	-	12398,95	-	29,86	-
60	80	1	-	-	-	-	12287,85	-	84,81	-
		2	-	-	-	-	12154,88	-	19,42	-
		3	-	-	-	-	12391,81	-	20,98	-
		4	-	-	-	-	11629,23	-	13,41	-
		5	-	-	-	-	10044,93	-	190,97	-
60	100	1	-	-	-	-	9916	-	165,11	-
		2	-	-	-	-	12177,56	-	16,42	-
		3	-	-	-	-	10229,73	-	154,13	-
		4	-	-	-	-	11812,22	-	82,34	-
		5	-	-	-	-	10566,29	-	687,28	-
80	20	1	19101,17	-	22,08	-	19068	33,28	3,39	-
		2	20277,73	-	24,11	-	20244,36	63,50	12,38	-
		3	20148,28	-	22,38	-	20100,67	29,66	3,66	-
		4	19786,51	-	86,94	-	19732,42	63,89	10,48	-

		5	21452,60	-	47,45	-	21399,75	56,08	11,84	-
80	40	1	-	-	-	-	19798,41	-	21,72	-
		2	-	-	-	-	19437,02	-	20,58	-
		3	-	-	-	-	18920,88	-	42,77	-
		4	-	-	-	-	20320,88	-	46,33	-
		5	-	-	-	-	19712,63	-	19,19	-
100	20	1	30178,38	-	173,31	-	30137,73	-	19,70	-
		2	28372,59	-	235,27	-	28315,22	-	23,16	-
		3	29517,64	-	286,66	-	29465,31	-	28,44	-
		4	27658,06	-	602,03	-	27573,39	-	30,77	-
		5	28147,84	-	206,39	-	28096,95	-	15,38	-
100	40	1	-	-	-	-	24877,95	-	1500,78	-
		2	-	-	-	-	27848,65	-	51,55	-
		3	-	-	-	-	26728,43	-	46,95	-
		4	-	-	-	-	26587,75	-	52,83	-
		5	-	-	-	-	28999,03	-	38,83	-
150	20	1	-	-	-	-	53176,03	-	233,81	-
		2	-	-	-	-	52463,77	-	126,51	-
		3	-	-	-	-	46960,60	-	150,84	-
		4	-	-	-	-	48668,41	-	182,13	-
		5	-	-	-	-	50390,94	-	688,78	-

**EK9: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin k=4 ve k=5 için Homojen ÇZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	k=4 CPU				k=5 CPU			
			Eniyi değer	M3	kYM1Hom	kYM2Hom	Eniyi değer	M3	kYM1Hom	kYM2Hom
20	20	1	2418,22	2,55	0,11	6,78	2418,16	3,64	0,09	5,11
		2	2410,85	0,28	0,09	2,69	2410,85	0,38	0,06	1,84
		3	2543,59	0,38	0,08	1,83	2543,59	1,64	0,09	0,86
		4	2830,78	0,47	0,08	3,91	2830,78	1,84	0,08	4,20
		5	2694,86	0,31	0,06	1,17	2694,86	0,33	0,08	1,09
20	40	1	2144,05	3,05	0,16	5,19	2144,05	4,39	0,17	4,97
		2	2494,56	0,53	0,09	3,47	2494,56	1,27	0,09	2,94
		3	2583,02	0,47	0,14	4,08	2583,02	0,94	0,09	4,22
		4	2325,84	0,55	0,14	4,03	2325,84	1,14	0,16	3,58
		5	2327,84	2,89	0,16	7,06	2327,68	6,94	0,13	6,05
20	60	1	2165,14	39,91	0,28	8,06	2164,56	66,47	0,47	7,11
		2	1981,90	6,88	0,28	7,41	1981,81	14,02	0,25	5,59
		3	2480,08	6,31	0,31	8,28	2476,73	35,39	0,27	8,63
		4	1850,75	6,14	0,28	7,67	1849,75	6,73	0,30	6,34
		5	2565,18	0,84	0,20	4,33	2565,18	2,38	0,13	4,06
		1	2588,42	2,80	0,25	5,84	2587,16	4,69	0,25	6,00



20	80	2	2193,01	8,20	0,36	11,83	2182,30	9,03	0,22	9,28
		3	2229,92	6,95	0,34	10,20	2229,75	9,58	0,28	8,70
		4	2221,47	2,20	0,30	7,95	2221,47	4,63	0,27	6,03
		5	1805,61	9,55	0,44	9,19	1805,35	12,66	0,52	8,00
20	100	1	1859,07	580,70	1,86	30,83	1858,75	-	1,89	19,02
		2	1805,14	81,23	0,98	18,45	1802,99	-	0,81	16,02
		3	1958,13	819,95	1,95	72,92	1952,65	-	1,52	48,81
		4	2288,52	45,56	0,81	7,69	2284,39	-	0,31	5,86
		5	1906,92	81,88	0,56	18,30	1905,91	-	0,50	16,53
40	20	1	7580,95	2,23	0,28	22,31	7580,95	1,91	0,28	12,86
		2	7205,51	2,09	0,39	13,42	7205,51	2,64	0,25	19,30
		3	7267,20	6,53	0,34	19,08	7267,20	11,58	0,28	16,89
		4	6795,32	1,75	0,42	114,47	6793,83	2,38	0,30	24,33
		5	7167,83	1,66	0,38	15,95	7167,83	2,73	0,45	23,58
40	40	1	7200,51	15,09	0,78	64,55	7198,28	12,92	0,38	13,92
		2	6762,37	21,30	0,55	28,25	6762,33	46,28	0,56	34,44
		3	6982,19	120,48	0,67	203,38	6980,78	300,53	0,75	357,69
		4	6460,52	86,80	1,30	117,63	6460,18	297,20	0,66	38,98
		5	6705,51	14,84	0,56	27,49	6705,51	30,13	0,55	32,81
		1	6445,58	5,48	5,98	-	6434,42	-	2,59	1070,23
		2	6531,48	4,69	4,89	-	6529,99	-	4,75	3372,00

40	60	3	6107,46	7,03	7,17	-	6101,34	-	5,16	1085,58
		4	5036,23	6,70	7,08	-	5034,62	-	5,73	2497,50
		5	5663,31	1,98	2,08	-	5662,11	-	1,84	32,86
40	80	1	7256,91	3,89	3,97	-	7256,53	-	1,44	-
		2	6090,19	6,70	6,88	-	6086,98	-	6,14	-
		3	6381,82	2,78	2,92	-	6381,49	-	1,39	-
		4	6550,71	14,52	15,00	-	6542,53	-	9,49	-
		5	6142,24	5,23	2,8	-	6140,11	-	4,70	-
40	100	1	5580,02	5,30	5,47	-	5567,96	-	4,05	-
		2	5722,04	5,89	6,09	-	5716,12	-	5,91	-
		3	5321,18	33,45	34,64	-	5318,05	-	17,56	-
		4	6080,39	9,78	9,98	-	6062,30	-	6,36	-
		5	5440,72	6,08	6,25	-	5435,49	-	4,95	-
60	20	1	12997,20	25,36	1,38	310,44	12997,20	44,91	0,81	89,80
		2	13654,26	38,48	3,08	192,23	13654,26	94,78	2,23	135,83
		3	13388,99	45,78	0,91	152,97	13388,99	42,78	0,80	105,25
		4	12616,18	28,67	0,94	250,53	12616,18	39,83	1,31	74,66
		5	12939,53	22,92	0,97	130,36	12939,53	40,36	1,20	105,20
60	40	1	11963,35	-	2,47	-	11962,44	-	7,78	-
		2	12781,08	-	11,41	-	12780,64	-	10,61	-
		3	14250,76	-	4,97	-	14250,76	-	2,38	-

		4	11655,39	-	8,73	-	11647,24	-	7,56	-
		5	13448,52	-	14,09	-	13442,28	-	8,89	-
60	60	1	12460,79	-	64,31	-	12449,04	-	18,34	-
		2	13820,96	-	7,83	-	13816,68	-	5,22	-
		3	11302,16	-	11,05	-	11300,40	-	10,73	-
		4	12549,46	-	13,14	-	12540,56	-	10,34	-
		5	12372,52	-	9,81	-	12369,79	-	13,59	-
60	80	1	12258,61	-	16,59	-	12258,37	-	13,81	-
		2	12125,91	-	11,56	-	12118,89	-	9,38	-
		3	12360,68	-	14,45	-	12350,65	-	10,26	-
		4	11604,06	-	10,22	-	11596,64	-	10,25	-
		5	10006,07	-	32,39	-	9989,51	-	15,73	-
60	100	1	9881,45	-	171,34	-	9866,48	-	104,58	-
		2	12137,83	-	16,58	-	12131,67	-	13,34	-
		3	10187,88	-	150,67	-	10174,15	-	104,28	-
		4	11779,39	-	79,50	-	11775,83	-	241,83	-
		5	10503,89	-	711,83	-	10481,86	-	163,31	-
80	20	1	19065,41	109,06	8,89	-	19065,41	118,08	10,56	-
		2	20240,06	137,44	12,92	-	20236,81	117,28	3,70	-
		3	20098,19	47,06	4,61	-	20098,19	94,59	3,42	-
		4	19725,04	40,16	3,94	-	19725,04	65,58	2,98	-

		5	21392,79	118,08	6,02	-	21392,75	118,94	1,42	-
80	40	1	19785,93	-	19,70	-	19782,34	-	32,30	-
		2	19429,49	-	22,84	-	19428,95	-	26,92	-
		3	18900,41	-	21,16	-	18897,39	-	24,69	-
		4	20298,33	-	25,75	-	20297,02	-	30,53	-
		5	19705,33	-	15,05	-	19704,04	-	24,80	-
80	60	1	18097,05	-	276,25	-	18080,59	-	181,50	-
		2	17799,25	-	43,34	-	17787,74	-	35,81	-
		3	17880,16	-	20,53	-	17876,34	-	20,50	-
		4	18734,29	-	22,89	-	18728,48	-	14,53	-
		5	19293,94	-	17,36	-	19292,54	-	15,33	-
80	80	1	17309,52	-	123,55	-	17287,82	-	48,03	-
		2	18397,69	-	67,64	-	18387,01	-	35,88	-
		3	16905,47	-	67,97	-	16886,99	-	200,15	-
		4	17869,34	-	458,94	-	17849,13	-	88,25	-
		5	19808,42	-	103,65	-	19791,64	-	303,39	-
80	100	1	15619,32	-	215,33	-	15593,58	-	1218,24	-
		2	18143,88	-	988,11	-	18132,63	-	149,28	-
		3	17533,77	-	324,66	-	17515,63	-	80,89	-
		4	17333,33	-	570,73	-	17318,58	-	49,41	-
		5	16410,49	-	1632,22	-	16395,03	-	800,48	-

100	20	1	30133,21	-	25,94	-	30131,44	-	17,69	-
		2	28304,86	-	28,17	-	28302,21	-	13,08	-
		3	29458,04	-	13,41	-	29457,94	-	23,56	-
		4	27565,33	-	30,00	-	27562,16	-	28,47	-
		5	28089,57	-	18,44	-	28089,17	-	12,98	-
100	40	1	-	-	-	-	24842,99	-	39,55	-
		2	-	-	-	-	27825,05	-	20,48	-
		3	-	-	-	-	26710,41	-	23,63	-
		4	-	-	-	-	26574,52	-	25,9	-
		5	-	-	-	-	28982,76	-	26,21	-
100	60	1	-	-	-	-	25792,74	-	37,19	-
		2	-	-	-	-	25637,61	-	88,38	-
		3	-	-	-	-	25671,64	-	118,66	-
		4	-	-	-	-	24026,89	-	25,65	-
		5	-	-	-	-	26333,09	-	61,9	-
100	80	1	-	-	-	-	25282,66	-	914,23	-
		2	-	-	-	-	24280,02	-	520,12	-
		3	-	-	-	-	24230,47	-	553,76	-
		4	-	-	-	-	26052,65	-	259,33	-
		5	-	-	-	-	24485,28	-	1014,36	-
		1	53157,26	-	102,50	-	53154,82	-	86,58	-

150	20	2	52454,74	-	76,53	-	52452,63	-	50,86	-
		3	46947,50	-	84,11	-	46944,67	-	167,14	-
		4	48651,47	-	67,89	-	48649,22	-	71,58	-
		5	50378,44	-	109,06	-	50372,34	-	118,28	-
150	40	1	45962,30	-	581,73	-	-	-	-	-
		2	47665,20	-	497,15	-	-	-	-	-
		3	48335,78	-	490,34	-	-	-	-	-
		4	46672,82	-	337,94	-	-	-	-	-
		5	46897,17	-	575,44	-	-	-	-	-
200	20	1	77483,95	-	3312,97	-	77483,95	-	984,59	-
		2	84126,53	-	2691,65	-	84126,41	-	1525,17	-
		3	79318,26	-	3524,44	-	79314,54	-	1155,55	-
		4	75068,76	-	1776,56	-	75064,56	-	850,65	-
		5	75372,16	-	960,30	-	75370,85	-	1280,01	-

**EK10: Gendreau et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerde Tüm Tamirci Sayıları ile kYM1Hom ve kYM2Hom için Eniyi Değerleri ve CPU süreleri (sn)**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	k=2 CPU			k=3 CPU		
			Eniyi değer	kYM1Hom	kYM2Hom	Eniyi değer	kYM1Hom	kYM2Hom
20	120	1	1837,39	83,16	-	1788,92	6,16	468,00
		2	1737,8	15,44	-	1692,87	3,98	1161,17
		3	1891,49	2,13	-	1860,81	2,13	75,94
		4	2141,41	2,47	-	2091,42	1,69	24,14
		5	1930,01	0,52	-	1893,43	0,47	11,34
20	140	1	1513,38	6,16	-	1475,56	2,50	91,97
		2	1896,49	25,36	-	1827,96	3,56	263,41
		3	1857,65	2,51	-	1799,67	1,44	11,09
		4	1733,47	217,08	-	1650,91	14,20	1130,11
		5	1750,52	62,74	-	1665,30	2,16	123,31
20	160	1	1680,73	548,84	-	1624,19	11,52	-
		2	1524,28	146,30	-	1477,82	100,38	-
		3	1963,91	17,68	-	1928,72	6,20	-
		4	1363,46	757,42	-	1310,79	100,53	-
		5	1928,35	19,16	-	1871,76	2,86	-

20	180	1	1975,62	4,09	-	1927,52	2,11	-
		2	1796,08	251,50	-	1655,65	4,59	-
		3	1842,95	375,97	-	1691,31	14,01	-
		4	1599,24	13,97	-	1551,59	3,66	-
		5	1374,80	1013,52	-	1256,39	12,69	-
Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	CPU	k=4		CPU	k=5	
			Eniyi değer	kYM1Hom	kYM2Hom	Eniyi değer	kYM1Hom	kYM2Hom
20	120	1	1777,78	2,89	193,50	1771,86	3,33	193,49
		2	1662,59	2,34	131,84	1650,19	2,25	72,75
		3	1844,9	2,00	24,06	1841,98	0,94	16,51
		4	2081	0,61	12,01	2077,08	2,86	6,27
		5	1887,57	0,38	7,30	1887,52	0,44	5,83
20	140	1	1464,91	1,45	69,80	1458,54	1,38	18,61
		2	1807,73	2,09	77,00	1796,89	1,77	58,36
		3	1795,10	1,72	12,58	1791,98	1,00	9,56
		4	1622,17	4,86	147,92	1611,19	2,39	156,81
		5	1648,59	2,03	86,34	1645,99	1,66	86,81
		1	1609,05	10,14	-	1603,75	10,27	-
		2	1454,93	10,86	-	1448,16	10,63	-



20	160	3	1901,13	3,08	-	1895,47	2,34	-
		4	1295,02	12,56	-	1286,73	11,88	-
		5	1853,61	1,89	-	1842,15	1,97	-
20	180	1	1911,39	1,91	-	1906,30	1,61	-
		2	1603,40	1,66	-	1587,72	1,45	-
		3	1633,62	2,33	-	1623,08	2,28	-
		4	1543,64	2,81	-	1538,36	2,22	-
		5	1234,42	3,74	-	1223,20	3,02	-
40	120	1	5943,64	43,66	-	5936,68	45,67	-
		2	5554,41	11,53	-	5546,57	7,88	-
		3	5609,93	76,28	-	5605,58	58,36	-
		4	5159,44	12,03	-	5151,97	8,59	-
		5	5584,98	771,80	-	5575,04	685,20	-
40	140	1	-	-	-	5602,89	12,83	-
		2	-	-	-	5232,19	30,41	-
		3	-	-	-	5541,15	331,62	-
		4	-	-	-	4893,69	41,30	-
		5	-	-	-	5134,70	97,89	-

**EK11: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin k=2 ve k=3 için Homojen ÇZPTP Sapma Oranları**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	k=2			k=3		
			Sapma Oranı			Sapma Oranı		
			M3	kYM1Hom	kYM2Hom	M3	kYM1Hom	kYM2Hom
20	20	1	0,014	0,002	0,012	0,012	0,001	0,010
		2	0,008	0,003	0,011	0,006	0,002	0,008
		3	0,009	0,005	0,007	0,004	0	0,002
		4	0,006	0,002	0,006	0,004	0	0,004
		5	0,007	0,002	0,007	0,005	0	0,005
20	40	1	0,027	0,012	0,027	0,019	0,004	0,019
		2	0,014	0,006	0,013	0,009	0,001	0,008
		3	0,016	0,008	0,016	0,010	0,001	0,010
		4	0,021	0,007	0,019	0,014	0,002	0,012
		5	0,033	0,003	0,033	0,032	0,001	0,032
20	60	1	0,047	0,013	0,047	0,043	0,009	0,043
		2	0,043	0,017	0,043	0,033	0,006	0,033
		3	0,059	0,025	0,059	0,046	0,013	0,046
		4	0,032	0,017	0,031	0,022	0,007	0,022
		5	0,032	0,010	0,032	0,022	0	0,022
		1	0,026	0,018	0,026	0,015	0,007	0,015

20	80	2	0,080	0,052	0,080	0,045	0,015	0,045
		3	0,085	0,053	0,085	0,052	0,020	0,052
		4	0,044	0,019	0,044	0,027	0,002	0,027
		5	0,053	0,040	0,055	0,037	0,025	0,037
20	100	1	0,088	0,066	0,088	0,074	0,052	0,074
		2	0,066	0,069	0,087	0,071	0,052	0,071
		3	0,096	0,079	0,096	0,074	0,056	0,074
		4	0,077	0,049	0,077	0,049	0,021	0,049
		5	0,079	0,052	0,079	0,053	0,025	0,053
40	20	1	0,004	0,003	0,003	0,002	0	0,003
		2	0,004	0,001	0,003	0,003	0	0,003
		3	0,004	0,003	0,005	0,001	0	0,002
		4	0,003	0,002	0,005	0,004	0	0,003
		5	0,004	0,002	0,006	0,002	0	0,001
40	40	1	0,011	0,008	-	0,004	0,001	0,004
		2	0,008	0,006	-	0,003	0,001	0,003
		3	0,016	0,007	-	0,010	0,002	0,011
		4	0,014	0,006	-	0,005	0,003	0,012
		5	0,011	0,007	-	0,006	0,001	0,005
		1	-	0,015	-	-	0,008	-

40	60	2	-	0,014	-	-	0,006	-
		3	-	0,020	-	-	0,009	-
		4	-	0,013	-	-	0,006	-
		5	-	0,017	-	-	0,008	-
40	80	1	-	-	-	-	0,007	-
		2	-	-	-	-	0,019	-
		3	-	-	-	-	0,002	-
		4	-	-	-	-	0,011	-
		5	-	-	-	-	0,008	-
40	100	1	-	-	-	-	0,013	-
		2	-	-	-	-	0,009	-
		3	-	-	-	-	0,023	-
		4	-	-	-	-	0,018	-
		5	-	-	-	-	0,012	-
60	20	1	0,004	0,002	0,003	0,002	0	0,002
		2	0,005	0,002	0,005	0,003	0,001	0,003
		3	0,005	0,002	0,005	0,003	0	0,004
		4	0,005	0,003	0,005	0,002	0	0,02
		5	0,004	0,003	0,004	0,001	0	0,011
		1	-	-	-	-	0,002	-

60	40	2	-	-	-	-	0,002	-
		3	-	-	-	-	0	-
		4	-	-	-	-	0,006	-
		5	-	-	-	-	0,02	-
60	60	1	-	-	-	-	0,006	-
		2	-	-	-	-	0,001	-
		3	-	-	-	-	0,005	-
		4	-	-	-	-	0,007	-
		5	-	-	-	-	0,021	-
60	80	1	-	-	-	-	0,005	-
		2	-	-	-	-	0,007	-
		3	-	-	-	-	0,005	-
		4	-	-	-	-	0,004	-
		5	-	-	-	-	0,04	-
60	100	1	-	-	-	-	0,016	-
		2	-	-	-	-	0,01	-
		3	-	-	-	-	0,022	-
		4	-	-	-	-	0,007	-
		5	-	-	-	-	0,025	-
		1	-	0,002	-	0,005	0,008	-

80	20	2	-	0,002	-	0,009	0,002	-
		3	-	0,003	-	0,003	0,002	-
		4	-	0,003	-	0,006	0,007	-
		5	-	0,003	-	0,009	0,009	-
80	40	1	-	-	-	-	0,001	-
		2	-	-	-	-	0,02	-
		3	-	-	-	-	0,003	-
		4	-	-	-	-	0,004	-
		5	-	-	-	-	0,03	-
100	20	1	-	0,002	-	-	0,003	-
		2	-	0,003	-	-	0,005	-
		3	-	0,002	-	-	0,006	-
		4	-	0,004	-	-	0,001	-
		5	-	0,002	-	-	0,005	-
100	40	1	-	-	-	-	0,003	-
		2	-	-	-	-	0,02	-
		3	-	-	-	-	0,001	-
		4	-	-	-	-	0,02	-
		5	-	-	-	-	0,001	-
		1	-	-	-	-	0,001	-

150	20	2	-	-	-	-	0,003	-
		3	-	-	-	-	0,02	-
		4	-	-	-	-	0,01	-
		5	-	-	-	-	0,001	-

**EK12: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin k=2 ve k=3 için Heterojen ÇZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	k=2 CPU				k=3 CPU		
			Eniyi değer	M4	kYM1Het	kYM2Het	Eniyi değer	kYM1Het	kYM2Het
20	20	1	2416,57	3,48	3,02	36,64	2409,06	1,80	297,66
		2	2414,42	4,72	1,91	85,66	2405,63	2,44	2291,01
		3	2547,95	3,31	0,84	44,00	2541,72	1,00	68,48
		4	2832,49	2,61	0,58	21,99	2827,57	0,97	18,63
		5	2697,37	4,59	0,88	51,50	2692,30	1,27	25,25
20	40	1	2154,89	3,64	1,30	259,33	2139,16	1,72	288,83
		2	2505,11	4,44	2,44	57,25	2490,74	2,73	19,02
		3	2591,72	3,08	2,98	169,09	2577,45	1,66	104,11
		4	2331,26	3,52	2,47	138,75	2316,63	5,70	189,66
		5	2322,01	3,36	2,11	49,78	2310,47	8,17	163,45
20	60	1	2169,95	8,97	5,06	330,34	2153,67	16,66	-
		2	1995,53	6,17	6,05	404,24	1968,12	7,92	-
		3	2500,88	7,45	8,08	314,70	2462,10	10,03	-
		4	1864,30	5,55	6,11	351,77	1842,77	7,08	-
		5	2583,26	4,38	1,20	93,05	2558,88	7,03	-
		1	2612,18	12,75	2,59	-	2581,97	7,45	-



20	80	2	2266,73	16,30	26,69	-	2192,40	11,27	-
		3	2303,78	50,67	15,06	-	2232,80	15,44	-
		4	2234,70	4,56	4,61	-	2212,93	5,91	-
		5	1831,25	32,52	11,89	-	1797,88	13,69	-
20	100	1	1877,62	272,41	86,34	-	1840,79	201,97	-
		2	1826,78	46,00	37,91	-	1794,83	111,03	-
		3	1989,22	1861,97	347,09	-	1943,58	220,77	-
		4	2352,08	60,64	25,06	-	2288,74	23,14	-
		5	1939,49	56,14	29,27	-	2409,06	1,92	-
40	20	1	7590,33	52,57	18,02	-	7580	89,29	-
		2	7210,35	57,55	12,44	-	7204,54	34,63	-
		3	7279,61	110,89	12,97	-	7265,62	52,21	-
		4	6802,33	71,57	18,07	-	6791,84	81,93	-
		5	7188,44	58,69	17,57	-	7166,85	48,19	-
40	40	1	7245,88	-	158,80	-	7202,99	123,90	-
		2	6790,22	-	60,82	-	6760,32	170,58	-
		3	7015,61	-	182,96	-	6972,05	198,93	-
		4	6485,38	-	95,67	-	6451,61	206,59	-
		5	6738,93	-	54,98	-	6701,75	73,99	-
		1	13016,24	-	52,63	-	12996,69	439,74	-

60	20	2	13668,41	-	121,11	-	13646,88	361,15	-
		3	13399,80	-	99,79	-	13373,75	423,62	-
		4	12647,94	-	132,37	-	12612,68	427,38	-
		5	12967,06	-	114,64	-	12937,38	349,93	-
60	40	1	-	-	-	-	11966,19	1681,48	-
		2	-	-	-	-	12778,17	2186,65	-
		3	-	-	-	-	14247,24	415,20	-
		4	-	-	-	-	11632,84	820,77	-
		5	-	-	-	-	13450,50	1768,71	-
80	20	1	19093,76	-	197,66	-	19065,42	1161,58	-
		2	20262,17	-	331,79	-	20238,67	996,76	-
		3	20127,56	-	292,37	-	20096,53	703,08	-
		4	19769,06	-	451,79	-	19724	675,54	-
		5	21438,28	-	825,40	-	21393,92	872,27	-

**EK13: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin k=4 ve k=5 için Heterojen ÇZPTP Eniyi Değerleri ve CPU Süreleri (sn)**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	k=4 CPU			k=5 CPU		
			Eniyi değer	kYM1Het	kYM2Het	Eniyi değer	kYM1Het	kYM2Het
20	20	1	2405,88	2,20	238,36	2403,44	4,02	280,64
		2	2404,40	2,55	21,14	2403,51	2,48	9,67
		3	2540,88	1,98	24,81	2540,16	2,41	19,11
		4	2825,65	3,02	26,33	2824,02	6,72	89,03
		5	2691	2,06	26,23	2689,89	2,16	36,42
20	40	1	2135,77	8,98	-	2132,90	12,67	-
		2	2488,21	3,75	-	2486,08	3,72	-
		3	2573,78	5,55	-	2570,70	8,11	-
		4	2312,54	5,23	-	2309,05	5,44	-
		5	2302,27	11,97	-	2295,89	12,58	-
20	60	1	2145,67	30,31	-	2074	1,17	-
		2	1962,29	16,17	-	1957,77	19,03	-
		3	2447,84	20,09	-	2436,79	26,48	-
		4	1838,45	8,72	-	1835,57	10,11	-
		5	2554,31	9,94	-	2550,58	13,45	-
		1	2577,85	8,88	-	2574,38	9,81	-

20	80	2	2168,18	16,25	-	2161,98	17,47	-
		3	2207,26	21,56	-	2199,64	22,42	-
		4	2207,63	11,55	-	2203,14	16,66	-
		5	1791,95	19,27	-	1788,03	19,70	-
20	100	1	1830,33	509,09	-	1822,26	891,41	-
		2	1781,60	181,49	-	1773,48	225,66	-
		3	1928,58	314,05	-	1919,27	312,22	-
		4	2269,87	38,25	-	2261,80	46,86	-
		5	1883,98	38,19	-	1876,52	44,81	-
40	20	1	7577,43	178,68	-	7576,45	167,48	-
		2	7202,31	122,35	-	7200,77	475,59	-
		3	7262,20	53,14	-	7261,75	105,34	-
		4	6789,86	89,25	-	6788,87	142,73	-
		5	7166,48	78,08	-	7166,16	119,83	-
40	40	1	7193,94	220,77	-	7192,71	299,67	-
		2	6758,62	225,90	-	6757,19	544,28	-
		3	6959,63	590,83	-	6953,13	676,20	-
		4	6446,09	672,62	-	6441,38	1484,99	-
		5	6698,86	202,92	-	6697,12	339,46	-
		1	12992,48	866,36	-	12990,83	1372,99	-

60	20	2	13643,44	1173,82	-	13640,54	1563,39	-
		3	13367,06	890,87	-	13362,20	1027,75	-
		4	12610,32	1013,37	-	12608,74	850,65	-
		5	12935,32	870,19	-	12934,20	677,56	-

**EK14: Gendreau et al. tarafından geliştirilen problemlerde tüm tamirci sayıları ile kYM1Het için eniyi değerleri ve CPU süreleri (sn)**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	k=2	k=3		k=4		k=5	
			CPU	Eniyi değer	kYM1Het	Eniyi değer	kYM1Het	Eniyi değer	kYM1Het
20	120	1	-	1766,30	429,51	1746,54	703,75	1734,69	803,6
		2	-	1659,77	562,00	1617,78	239,39	1604,29	288,92
		3	-	1829,19	221,06	1811,50	457,81	1798,33	449,25
		4	-	2059,26	36,83	2059,26	35,98	2051,94	185,50
		5	-	1883,19	12,30	1875,22	18,17	1869,86	21,33
20	140	1	-	-	-	1443,35	18,16	1431,33	21,33
		2	-	-	-	1774,39	1020,83	1760,06	1125,38
		3	-	-	-	1777,96	18,75	1772,90	18,61
		4	-	-	-	1577,94	1259,03	1562,43	1495,70
		5	-	-	-	1613,78	298,03	1601,39	353,03

**EK15: Dumas et al. Tarafından Geliştirilen Problemlerin k=2 ve k=3 için Heterojen ÇZPTP Sapma Oranları**

Düğüm Sayısı	Zaman Penceresi Genişliği	Problem	k=2 Sapma Oranı			k=3 Sapma Oranı	
			M4	kYM1Het	kYM2Het	kYM1Het	kYM2Het
20	20	1	0,926	0,005	0,010	0,009	0,009
		2	0,936	0,003	0,009	0	0,006
		3	0,930	0,006	0,004	0,003	0,003
		4	0,934	0,004	0,005	0,003	0,003
		5	0,942	0,006	0,005	0,004	0,004
20	40	1	0,999	0,024	0,024	0,017	0,017
		2	0,933	0,012	0,012	0,008	0,008
		3	0,941	0,012	0,013	0,006	0,007
		4	0,930	0,015	0,015	0,009	0,011
		5	0,934	0,029	0,029	0,024	0,024
20	60	1	0,924	0,032	0,044	0,037	-
		2	1	0,040	0,040	0,027	-
		3	0,999	0,053	0,052	0,038	-
		4	0,917	0,028	0,028	0,016	-
		5	1	0,029	0,029	0,020	-
		1	0,933	0,022	-	0,011	-

20	80	2	0,999	0,068	-	0,037	-
		3	0,999	0,075	-	0,046	-
		4	1	0,034	-	0,024	-
		5	1	0,046	-	0,028	-
20	100	1	1	0,081	-	0,063	-
		2	0,986	0,078	-	0,062	-
		3	0,996	0,086	-	0,064	-
		4	1	0,069	-	0,043	-
		5	0,980	0,067	-	0,009	-
40	20	1	0,999	0,003	-	0,002	-
		2	0,962	0,004	-	0,003	-
		3	0,967	0,002	-	0	-
		4	0,970	0,004	-	0,002	-
		5	0,968	0,003	-	0,001	-
40	40	1	-	0,009	-	0,003	-
		2	-	0,007	-	0,003	-
		3	-	0,014	-	0,008	-
		4	-	0,016	-	0,011	-
		5	-	0,009	-	0,004	-
		1	-	0,003	-	0,001	-



60	20	2	-	0,003	-	0,002	-
		3	-	0,003	-	0,001	-
		4	-	0,004	-	0,001	-
		5	-	0,004	-	0,001	-
60	40	1	-	-	-	0,004	-
		2	-	-	-	0,004	-
		3	-	-	-	0,002	-
		4	-	-	-	0,007	-
		5	-	-	-	0,003	-
80	20	1	-	0,002	-	0	-
		2	-	0,002	-	0,001	-
		3	-	0,002	-	0	-
		4	-	0,003	-	0,002	-
		5	-	0,003	-	0	-