

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI**

**PARALEL MONTAJ HATTI DENGELEME VE İŞÇİ ATAMA
PROBLEMİ İÇİN YENİ MATEMATİKSEL MODELLER**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN

GİZEM SELBEŞ

TEZ DANIŐMANI

DR. ÖĞR. ÜYESİ TUSAN DERYA

ANKARA - 2019

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı Endüstri Mühendisliği Tezli Yüksek Lisans Programı çerçevesinde Gizem SELBEŞ tarafından hazırlanan bu çalışma, aşağıdaki jüri tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Savunma Tarihi: 10 / 12 / 2019

Tez Adı: Paralel Montaj Hattı Dengeleme ve İŞçi Atama Problemi İçin Yeni Matematiksel Modeller

Tez Jüri Üyeleri

İmza

Doç. Dr. Yusuf Tansel İÇ, Başkent Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Tusan DERYA, Başkent Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Ayyüce Aydemir KARADAĞ, Çankaya Üniversitesi

ONAY

Prof. Dr. Ömer Faruk ELALDI
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Tarih: / 12 / 2019

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Tarih: 25 / 12 / 2019

Öğrencinin Adı, Soyadı : Gizem Selbeş

Öğrencinin Numarası : 21610322

Anabilim Dalı : Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Programı : Endüstri Mühendisliği Tezli Yüksek Lisans Programı

Danışmanın Unvanı/Adı, Soyadı : Dr. Öğr. Üyesi Tusan DERYA

Tez Başlığı : Paralel Montaj Hattı Dengeleme ve İşçi Atama Problemi İçin Yeni Matematiksel Modeller

Yukarıda başlığı belirtilen Yüksek Lisans tez çalışmamın; Giriş, Ana Bölümler ve Sonuç Bölümünden oluşan, toplam 51 sayfalık kısmına ilişkin, 25 / 12 / 2019 tarihinde tez danışmanım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %5'dir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Kaynakça hariç
2. Alıntılar hariç
3. Beş (5) kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

“Başkent Üniversitesi Enstitüleri Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Usul ve Esaslarını” inceledim ve bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranlarına tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Öğrenci İmzası:

Onay

/ / 2019

Dr. Öğr. Üyesi Tusan DERYA

TEŐEKKÜR

Tez süresince bana bilgi ve deneyimleri ile yol gösterdiği için ve büyük destek olduğu için Sayın Hocam Dr. Öğr. Üyesi Tusan DERYA'ya ve her zaman yanımda oldukları için aileme teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

Gizem SELBEŞ

PARALEL MONTAJ HATTI DENGEME VE İŞÇİ ATAMA PROBLEMİ İÇİN YENİ MATEMATİKSEL MODELLER

Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

2019

Bir montaj hattı, yüksek hacimdeki standart ürünleri oluşturan parçaların, önceden belirlenmiş bir sıraya göre monte edildiği ve malzeme taşıma sistemi ile birbirine bağlanmış sıralı iş istasyonları olarak tanımlanmaktadır. Sanayide birbirine paralel olarak konumlandırılmış iki veya daha fazla özdeş ya da benzer montaj hattına sahip üretim sistemleri örneklerine oldukça yaygın olarak rastlanmaktadır. Paralel hatların eş zamanlı olarak dengelendiği problemler ise Paralel Montaj Hattı Dengeleme Problemi olarak isimlendirilmiştir. Paralel Montaj Hattı Dengeleme Probleminin amacı istasyon sayısını (veya hatlarda kullanılan toplam operatör sayısını) en küçükmektir. Kaynaklarda bulunan montaj hattı dengeleme çalışmaları incelendiğinde, operatörlerin yeteneklerinin aynı olduğu ve her operatörün her işi yapabildiği varsayılmaktadır. Gerçek hayatta ise, görev sürelerinin görevi gerçekleştiren operatörün yetilerine bağlı olarak değiştiği gibi, bazı operatörlerin bazı operasyonları gerçekleştirecek bilgi ve becerileri bulunmamaktadır. Bu tez kapsamında, görev sürelerinin görevi gerçekleştiren operatörün yetilerine bağlı olarak değiştiği durum göz önüne alınarak yeni matematiksel modeller geliştirilmiştir. Literatürde iyi bilinen kıyaslama problemleri kullanılarak, önerilen matematiksel modellerin performansları karşılaştırılmıştır.

ANAHTAR KELİMELER: Paralel montaj hattı dengeleme, İşçi atama, Matematiksel model

ABSTRACT

Gizem SELBEŞ

**NEW MATHEMATICAL MODELS FOR PARALLEL ASSEMBLY LINE
BALANCING AND LABOR ASSIGNMENT PROBLEM**

Başkent University, Institute of Science and Engineering

Department of Industrial Engineering

2019

An assembly line is defined as a sequential workstation in which parts forming high volume of standard products are assembled in a predetermined sequence and interconnected by the material conveying system. Examples of production systems with two or more identical or similar assembly lines positioned parallel to one another are quite common in the industry. The problems in which parallel lines are balanced simultaneously are called as Parallel Assembly Line Balancing Problem. The purpose of the Parallel Assembly Line Balancing Problem is to minimize the number of stations (or the total number of operators used in the lines). When the assembly line balancing studies in the literature are examined, it is seen that the capabilities of the operators assumed to be the same and that each operator can do every job. In real life, task duration varies depending on the capabilities of the operator performing the task, also some operators do not have the knowledge and skills to perform some operations. Within the scope of this thesis, a new mathematical models has been developed by taking into consideration that the task duration vary depending on the capabilities of the operator performing the task. Benchmarking problems, which are well known in the literature, have been compared with the performances of mathematical models.

KEYWORDS: Parallel assembly line balancing, Worker assignment, Mathematical model

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
TABLOLAR LİSTESİ	v
ŞEKİLLER LİSTESİ	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	vii
1. GİRİŞ	1
2. MONTAJ HATTI DENGELEME (MHD).....	3
2.1. Montaj Hattı	3
2.2. Montaj Hattı ve Hat Dengeleme ile İlgili Temel Kavramlar	3
2.3. Montaj Hattı Dengeleme (MHD)	6
2.4. Montaj Hattı Dengelemenin Temel Prensipleri	7
2.5. Montaj Hattı Dengelenmesini Etkileyen Kısıtlar	8
3. PARALEL MONTAJ HATTI DENGELEME VE İŞÇİ ATAMA (PMHDİA).....	10
3.1. Paralel Montaj Hattı Dengeleme (PMHD)	10
3.2. Montaj Hattı Dengelemede İş Gücü Faktörü	17
4. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	19
5. PMHD VE PMHDİA PROBLEMİ İÇİN MATEMATİKSEL MODELLER	24
5.1. Hadi Gökçen Ve Arkadaşlarının Matematiksel Modeli.....	25
5.2. PMHD Problemi İçin İstasyon Odaklı Matematiksel Model.....	27
5.3. PMHD Problemi İçin Operatör Odaklı Matematiksel Model	29
5.4. PMHDİA Problemi İçin İstasyon Odaklı Matematiksel Model	30
5.5. PMHDİA Problemi İçin Operatör Odaklı Matematiksel Model.....	32
6. YAPILAN DENEYSEL ANALİZLER.....	35
7. SONUÇ	41
KAYNAKLAR.....	42
EKLER	
EK 1: PMHD Problemi İçin Test Problemleri Sonuçları	
EK 2: PMHD Problemi İçin İstasyon Odaklı ve Operatör Odaklı Matematiksel Modellerin Karşılaştırılması	

EK 3: PMHDİA Problemi İçin Set 1 Test Problemleri

EK 4: PMHDİA Problemi İçin Set 2 Test Problemleri

EK 5: İstasyon Sayılarının Karşılaştırılması

TABLULAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1. Hatların bağımsız ve eş zamanlı dengelenmesinde en iyi görev atamaları.....	16
Tablo 2. Modellerin 95 problem seti üzerinden karşılaştırılması.....	37
Tablo 3. Modellerin 95 problem seti üzerinden karşılaştırılması.....	38

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1. Montaj hattı şeması	3
Şekil 2. 8 görevli bir öncelik diyagramı	5
Şekil 3. 8 görevli öncelik matrisi.....	6
Şekil 4. PMHD süreci.....	11
Şekil 5. Ürün X için öncelik diyagramı	13
Şekil 6. Ürün Y için öncelik diyagramı	13
Şekil 7. Ürün X için görev atamaları	15
Şekil 8. Ürün Y için görev atamaları	15
Şekil 9. Hatların paralel dengelenmesi	16
Şekil 10. Görev atama matrisi	17
Şekil 11. Operatör odaklı model yaklaşımı	24
Şekil 12. İstasyon odaklı model yaklaşımı	25

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

c	çevrim zamanı
h	hat numarası
\bar{H}	hat sayısı
i, j, r, s	görev numarası
k	istasyon numarası veya operatör numarası
\bar{K}, K_{max}	istasyon sayısı
K_{min}	teorik istasyon sayısı
M_{hk}	h hattındaki k istasyonuna atanabilecek en fazla görev sayısı
n_h	h hattında üretilen ürüne ait görev sayısı
t_{hi}	h hattında montajı yapılacak ürüne ait i görevinin tamamlanma zamanı
t_{hiw}	h hattında montajı yapılacak ürüne ait i görevinin w operatörü tarafından tamamlanma zamanı
u_{hk}	h hattındaki k istasyonunun kullanılma durumu
$V_{h(h+1)kw}$	h ve $h + 1$ hatlarının komşu olan k istasyonlarında w operatörü çalışıyor olması durumu
w	Operatör numarası
$x_{h(i,j,r,s)k}$	h hattında üretilecek olan ürüne ait i görevin k istasyonuna atanma durumu veya k operatörü tarafından yapılma durumu
X_{hikw}	h hattında üretilecek olan ürüne ait i görevinin k operatör alanında w operatörü tarafından yapılıyor olması durumu
X_{hkw}	h hattında üretilecek olan ürüne ait i görevinin k istasyonunda w operatörü tarafından yapılması durumu
Y_{hkw}	h hattının k istasyonunda w operatörü çalışması durumu
Y_{kw}	k operatör alanında w operatörünün çalışması durumu
$Z_{h(h+1)k}$	h ve $h + 1$ hatlarının komşu olan k istasyonları arasında ortak işyeri kurulma durumu
Z_k	k operatörünün çalışma durumu
MHD	Montaj Hattı Dengeleme
MHDİA	Montaj Hattı Dengeleme ve İşçi Atama
PMHD	Paralel Montaj Hattı Dengeleme
PMHDİA	Paralel Montaj Hattı Dengeleme ve İşçi Atama

1. GİRİŞ

Günümüzde teknolojinin gelişmesi, müşteri taleplerindeki artış ve ürün çeşitliliğinin fazla olması sebebiyle işletmeler arasındaki rekabet artmıştır. Bununla birlikte işletmeler koşullara uyum sağlamak için mevcut kaynaklarını etkin bir biçimde kullanmak zorundadır. İşletmeler değişen müşteri taleplerindeki beklentiyi tam olarak karşılayabilmek için üretim süreçlerinde sürekli gelişime açık olmalıdır.

Montaj hatları, standartlaştırılmış ürünlerin üretiminde en yaygın kullanılan akış tipi üretim yöntemlerinden biridir. Montaj hatları, nihai ürünü oluşturmak üzere, bileşenlerin önceden belirlenmiş bir sıraya göre monte edildiği ve malzeme taşıma sistemi ile birbirine bağlanmış iş istasyonları olarak tanımlanmaktadır. Montaj hatları, günümüzde birçok seri üretim sistemlerinde uygulanmaktadır.

Toplam iş yükünün istasyonlar arasında olabildiğince dengeli bir şekilde bölünebilmesi ve hattın kesintisiz olarak çalışabilmesi için montaj hattında yapılacak görevlerin, görevler arasındaki öncelik ilişkileri ihlal edilmeden, çevrim zamanı aşılmayacak ve bir performans ölçütünü en iyilenecek şekilde sıralı iş istasyonlarına atanması Montaj Hattı Dengeleme (MHD) problemi olarak adlandırılmaktadır. MHD probleminin amacı, sabit bir çevrim zamanı için hat boyunca kullanılacak istasyon sayısını en küçükmektir [1].

Sanayide birbirine paralel olarak konumlandırılmış birden fazla montaj hattına sahip üretim sistemleri sıkça görülmektedir. Paralel olarak konumlandırılan hatlarda birbirine benzer veya aynı ürünler üretilmektedir dolayısı ile hatların çevrim zamanları da birbirleriyle aynı veya yakındır. Birbirine paralel olarak konumlandırılmış birden çok hattın ortak bir şekilde dengelendiği bu problem, Paralel Montaj Hattı Dengeleme (PMHD) problemi olarak adlandırılmaktadır. PMHD probleminin temel amacı, istasyon sayısını (veya operatör sayısını) en küçükmektir. Paralel olarak konumlandırılmış hatların eş zamanlı dengelenmesi fikri İlk kez 2006 yılında Hadi Gökçen ve arkadaşları tarafından ortaya atılmıştır. Gökçen ve arkadaşları operatör yürümlerine uygun, birbirine paralel ve yakın olarak tasarlanmış birden fazla özdeş ya da benzer montaj hattından oluşan üretim sistemlerinde verimliliği arttırmak ve mevcut kaynakların daha iyi kullanılmasını sağlamak amacıyla, paralel konumlandırılmış hatlarda bulunan komşu istasyonlar arasındaki iş yüklerinin birleştirilmesini önermişlerdir [2].

Basit MHD problemlerinde her işçinin her işi yapabildiği ve her işçinin her işi aynı sürede yapabildiği varsayılmaktadır. Ancak gerçek hayatta her işçi farklı yetenek ve becerilere sahip olduğundan dolayı işleri gerçekleştirme süreleri birbirlerinden farklıdır.

Basit MHD problemlerinde her işçinin her işi yapabildiği ve işlem sürelerinin sabit olduğu varsayılmaktadır. Oysaki gerçek hayat problemlerinde, her işçinin beceri ve yetenekleri birbirinden farklı olduğu için yapılan işlemin süresi işi yapan operatöre göre farklılık göstermektedir. Montaj hattı dengeleme ve işçi atama (MHDİA) problemi her işçinin aynı işi farklı sürelerde işlediği gerçek hayata daha yakın olan bir durumu anlatır. MHDİA probleminde sadece işlerin istasyonlara atanması değil, aynı zamanda işçilerin de istasyonlara atanması durumu söz konusudur.

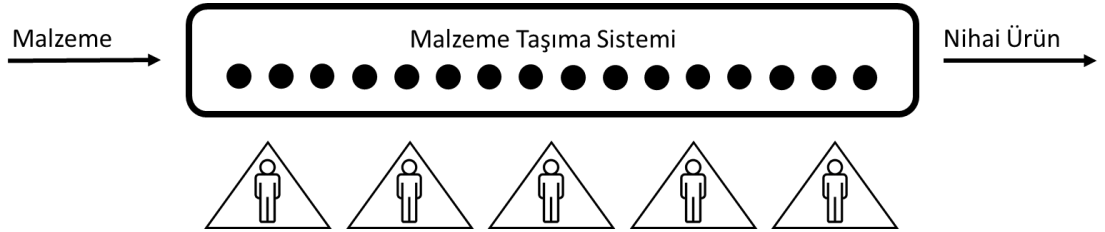
Bu çalışmada PMHD probleminin çözümü için yeni matematiksel modeller önerilmiştir. Önerilen matematiksel modellere işçi atama kısıtı eklenerek yeni modeller geliştirilmiştir. Geliştirilen modellerin literatürde iyi bilenen kıyaslama problemleri üzerinde performans analizleri yapılmıştır. İkinci bölümde montaj hatlarıyla ilgili temel kavramlara ve MHD problemine yer verilmiştir. Üçüncü bölümde PMHD problemi ve MHD çalışmalarında iş gücü faktörü ile ilgili bilgi verilmiştir. Dördüncü bölümde MHD Problemi, PMHD Problemi ve İşçi Atama Problemleri için günümüze kadar yapılan çalışmalar hakkında yapılan kaynak araştırması verilmiştir. Beşinci bölümde önerilen matematiksel modeller gösterilmiştir. Altıncı bölümde yapılan sayısal analizler ve son bölümde ise, araştırma sonuçlarının genel bir değerlendirmesi yer almaktadır.

2. MONTAJ HATTI DENGELEME (MHD)

2.1. Montaj Hattı

Ürünler genellikle birden fazla parçanın bir araya gelmesi ile oluşur. Montaj işlemi ise bu parçaların belirli bir sıra ile birleştirilmesi işlemidir.

Montaj hattı, bitmiş ürünü oluşturmak üzere, bileşenlerin önceden belirlenmiş bir sıraya göre monte edildiği ve malzeme taşıma sistemi ile birbirine bağlanmış iş istasyonları dizisi olarak tanımlanmaktadır. Her bir iş istasyonunda önceden belirlenmiş olan görevler öncelik ilişkileri göz önünde bulundurularak ve çevrim süresini aşmayacak şekilde gerçekleştirilerek hat sonunda nihai ürün elde edilir. Tarihte bilinen ilk montaj hattı, Henry Ford'un arkadaşları ile birlikte hazırladığı T modelinin üretildiği hattır. Montaj hatları yüksek hacimdeki standart ürünlerin üretilmesinde sıkça kullanılır. Tüm görevlerin aynı iş istasyonunda gerçekleştirildiği geleneksel süreçlere göre üretkenlik seviyesini arttırmaktadır. Bir montaj hattının en temel amacı taleplerin ekonomik ve hızlı bir şekilde karşılanmasını sağlamaktır. Şekil 1 'de örnek bir montaj hattı şeması verilmiştir.



Şekil 1. Montaj hattı şeması

Şekil 1 'de gösterilen örnek montaj hattında tek bir hat üzerinde üretim yapılmaktadır. 5 çalışanın bulunduğu bu hatta malzeme akışı malzeme taşıma sistemi ile bir sonraki istasyona aktarılmaktadır.

2.2. Montaj Hattı ve Hat Dengeleme ile İlgili Temel Kavramlar

Montaj hatları ile ilgili karsımıza çıkacak temel terimler aşağıda kısaca açıklanmıştır: [3].

Görev: Bir montaj hattında tamamlanması gereken toplam işin, işin niteliğine göre bölünebilecek en küçük parçasıdır. Yani işin kaç aşamada yapılacağını ve bu aşamaların belirlenmesidir. Görev i ile gösterilirken hattaki toplam görev sayısı N ile ifade edilir.

Görev Zamanı: Bir görevin tamamlanabilmesi için gereken süredir. MHD problemlerinde görev süresinin belirli bir sabit olduğu veya belirli bir olasılık dağılımına göre dağıldığı varsayılır. t_i görevinin tamamlanma zamanını t_i ile ifade edilmektedir.

Toplam Görev Zamanı: Montaj hattında üretilecek olan bir ürünün tamamlanması için geçen süre veya ürünün üretilmesinde gerçekleştirilen her bir görevin standart tamamlanma sürelerinin toplamıdır.

İş istasyonu: Üretim hattında yapılması öngörülen toplam iş miktarının bir kısmının yerine getirildiği yerdir ve açık veya kapalı olabilirler. Kapalı istasyonlarda iş, istasyon sınırları içerisinde yapılmak zorundadır. Açık istasyonlarda ise operatör belirlenmiş sınırlara kadar istasyonu terk edebilir. Her istasyonda bir işçinin, bir işlem için gerekli araçlarla çalıştığı varsayılmaktadır. Çevrim zamanından büyük olamaz.

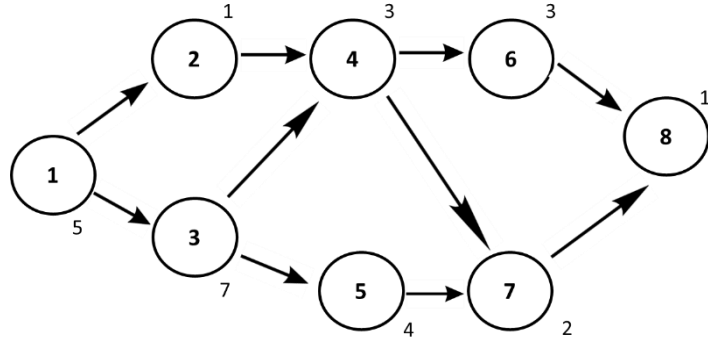
Çevrim Zamanı: Montaj hattında ürünün bir istasyonda kalabileceği en büyük süre ya da bir iş istasyonundaki operatörün o istasyonda yapması gereken görevi gerçekleştirmesi için gereken süre olarak tanımlanabilir. Başka bir ifadeyle işçilerin standart bir tempo ile çalıştığı montaj hattından tamamlanarak çıkacak iki ürün arasında geçen süredir. Çevrim zamanı C ile simgelenir. T ürünün üretiminde geçecek toplam süreyi, D ise ürüne olan toplam talep miktarını yani üretim yapılacak olan miktarı belirtir.

İstasyon Zamanı (İş Yüğü): Aynı istasyonda gerçekleştirilen tüm görevlerin gerçekleştirildiği zamanların toplamıdır.

İstasyon Boş Zamanı: Çevrim zamanı ile istasyon zamanı arasındaki farktır.

Toplam Boş Zaman: Montaj hattında bulunan bütün istasyonlardaki boş zamanların toplamıdır.

Öncelik Diyagramı: Montaj işleminin gerçekleştirilebilmesi için bazı görevlerin diğerlerinden önce yani belli bir sıralamaya uygun olarak yapılması gerekmektedir. Bu öncelik ilişkilerinin grafiksel olarak gösterilmesi ise Öncelik Diyagramı olarak tanımlanmaktadır. Ok ile bağlanan iki görev arasından okun çıktığı görev bir sonraki görevin öncülü, okun gittiği yöndeki görevler ise bir önceki görevin ardılı olarak tanımlanmaktadır. Öncül görev gerçekleştirilmeden ardıl olarak belirtilen görevler gerçekleştirilemez. Dairenin içindeki numaralar görevleri, dışındaki numaralar ise görevlerin gerçekleştirilmesi için gerekli olan süreyi ifade eder. Aşağıda 8 görevli bir öncelik diyagramı örneği Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. 8 görevli bir öncelik diyagramı

Şekil 2’de gösterilen öncelik diyagramında görevlerin tamamlanma süreleri sırasıyla birinci görev için 5 gün, ikinci görev için 1 gün, üçüncü görev için 7 gün, dördüncü görev için 3 gün, beşinci görev için 4 gün, altıncı görev için 3 gün, yedinci görev için 2 gün ve sekizinci görev için 1 gündür. Montaj birinci görev ile başlamaktadır. İkinci ve üçüncü görevin başlayabilmesi için birinci görevin tamamlanması gerekmektedir. Başka bir deyişle birinci görev ikinci ve üçüncü görevin öncülüdür. Yani ikinci ve üçüncü görev birinci görevin ardıllarıdır. Dördüncü görevin başlayabilmesi için ikinci ve üçüncü görevin tamamlanmış olması gerekmektedir. Dolayısı ile ikinci ve üçüncü görevin öncüllerinin de tamamlanmış olması gerekmektedir. Beşinci görevin başlayabilmesi için üçüncü görevin, dolayısıyla üçüncü görevin öncül görevlerinin de tamamlanmış olması gerekmektedir. Altıncı görevin başlayabilmesi için dördüncü görevin, yedinci görevin başlayabilmesi için dördüncü ve beşinci görevin, sekizinci görevin başlayabilmesi için altıncı ve yedinci görevlerin tamamlanmış olması gerekmektedir.

Öncelik Matrisi: Görevler arasındaki öncelik ilişkilerinin gösterildiği bir üst üçgen matristir. Öncelik diyagramında i görevini j görevi takip ediyorsa matriste i . satır j . sütun 1, diğer durumda 0 değerini alır. Şekil 2’de verilen öncelik diyagramına ait öncelik matrisi Şekil 3’de verilmiştir. Örneğin Şekil 2’de verilen öncelik diyagramına bakıldığında birinci, ikinci ve üçüncü görev Görev4’ün öncülleridir. Yani dördüncü görevin gerçekleşebilmesi için önce bu üç görevin tamamlanması gerekmektedir.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-	1	1	1	1	1	1	1
2		-	0	1	0	1	1	1
3			-	1	1	1	1	1
4				-	0	1	1	1
5					-	0	1	1
6						-	0	1
7							-	1
8								-

Şekil 3. 8 görevli öncelik matrisi

Görevlerin Paralelliği: Bir görevin, birden fazla istasyonda yapılmasına müsaade edilmesidir.

İstasyonların Paralelliği: Hat boyunca belirli noktalarda, denk iş istasyonlarına müsaade edilmesidir. Paralellik kavramı, bir hat tasarımını çeşitli şekilde düzenlemek için kullanılır; böylece denge etkinliği geliştirilebilir ve çevrim zamanını geçen iş elamanları da rahatlatılabilir.

Bölge Kısıtları: Belirli görevlerin aynı istasyona atanması ve aynı yerde yapılması istendiğinde ya da farklı istasyonlarda ve yerlerde yapılması istendiğinde kullanılacak kısıtlara bölge kısıtları denilmektedir.

Gecikmesiz Hatlar: Her istasyon için belirlenen bir çevrim zamanı vardır. Görevin tamamlanmaması durumunda dahi çevrim süresi bittiğinde ürün diğer istasyona aktarılır.

Gecikmeli Hatlar: Çevrim zamanı dikkate alınmaksızın görev tamamlandıktan sonra ürünün bir sonraki istasyona gönderilmesidir. Sonraki istasyon önceki istasyonun görevi tamamlamasını beklemektedir.

2.3. Montaj Hattı Dengeleme (MHD)

MHD, montaj hattında yapılacak görevlerin, görevler arasındaki öncelik ilişkileri göz önünde bulundurularak, çevrim zamanı aşılmayacak ve bir performans ölçütünü en iyilenecek şekilde sıralı iş istasyonlarına atanması şeklinde tanımlanabilir [3].

Montaj hatlarının verimli çalışabilmesi her bir işçiye görevler atanırken işçilerin boşta kalacağı zaman en küçüklenecek şekilde atama yapılması gerekmektedir. İş yükü dengelendiğinde bu ürünlerdeki kaliteyi de olumlu yönde etkileyecektir. Bundan dolayı montaj hatları tasarlanırken her bir istasyon için işlem süreleri dengeli olacak şekilde atama yapılmalıdır. Böylece istasyonlar arasındaki işlem süreleri arasındaki fark en küçüklenebilir. Bu sayede hattın verimliliğinin artması amaçlanmaktadır.

Montaj hatlarının dengelenmesindeki ana amaçlardan biri, toplam iş yükünün iş istasyonları arasında olabildiğince dengeli bir şekilde dağıtılmasını sağlamaktır. Dengelemedeki bir diğer ana amaç; oluşan şartlar altında hattın kesintisiz olarak çalışmasını sağlamaktır.

MHD Problemlerinde sıklıkla kullanılan iki performans kriteri bulunmaktadır. İlk olarak istasyon sayısının bilindiği durumlarda çevrim süresinin en küçüklenmesi, ikinci olarak ise üretim miktarına bağlı olarak belirlenen çevrim süresi kısıtına uygun olarak istasyon sayısının en küçüklenmesidir.

MHD ile hedeflenen amaçlar şunlardır [4]:

- Malzeme akışının düzenli olmasını sağlamak.
- İnsan gücü kullanımını en büyükmek.
- Makine kapasitelerini en üst düzeyde kullanmak.
- İşlem süresini en aza indirmek.
- Kullanılan malzeme miktarını en aza indirmek.
- Bos zamanları en küçükmek.
- İş istasyonu sayısını en küçükmek.
- Denge kayıplarını, iş istasyonları arasında dengeli bir şekilde dağıtmak.
- Hat dengeleme maliyetini en küçükmek.

2.4. Montaj Hattı Dengelemenin Temel Prensipleri

Montaj hattının düzenlenmesi aşağıdaki prensiplerin en iyi uyumuna göre yapılır [5]:

İş Gücü Prensi: Montaj hattında ne kadarlık bir iş gücüne veya işçiye gereksinim vardır, bunlar nerelerde ve ne kadar bulundurulacaktır sorularına cevap aranır.

İş Akışı Prensi: İşlemler belli bir iş akışını sağlamalıdır. Bu durum süreklilik açısından da önemlidir.

En Küçük Hareket Uzaklığı Prensi: Montaj hattı üzerinde taşıma mesafelerinin oluşturacağı maliyet, darboğaz ve depolama açısından en küçük uzaklık olmalıdır.

Sabit Yol Prensi: İşlemler son aşamaya kadar aynı yol üzerinde hareket etmelidir.

İşlemlerin Eş Zamanlı Sürdürülmesi Prensi: Montaj işlemleri ilk istasyondan son istasyona kadar eşzamanlı yapılır.

Parçaların Değişebilirliği Prensi: Montaj işlemi sırasında bazı parçalar işlem sürekliliğini bozmadan değiştirilebilmelidir.

Birim İşlem Prensipleri: Ürün üzerinde her işlem, en küçük işlem birimlerine ayrılmıştır.

En Küçük İşlem Süresi: Montaj işlemi, mümkün olan en kısa sürede bitirilmelidir. Burada işlem süreleri sabit olduğuna göre en küçükleme kayıp zaman üzerinde yapılır.

2.5. Montaj Hattı Dengelenmesini Etkileyen Kısıtlar

MHD yapılırken dikkat edilmesi gereken bazı kısıtlar vardır. Bu kısıtları birincil ve ikincil kısıtlar olmak üzere iki kısımda inceleyebiliriz [6]. Birincil kısıtlar her MHD probleminde geçerli olan kısıtlardır. İkincil kısıtlar ise montaj hattının durumuna göre göz önünde bulundurulması gereken kısıtlardır.

Birincil Kısıtlar

Çevrim Süresi: Bir istasyona atanan işleri o istasyonda çalışan işçinin tamamlaması gereken zaman, yani bir ürünün montaj hattından çıkması gereken süredir. Çevrim süresi bir ürünün herhangi bir istasyonda işlem görebileceği en fazla süreyi ifade eder. Ürün her bir istasyonda en fazla çevrim süresi kadar kalabilir. İstasyona atanan işlerin toplam süresi çevrim süresini aşamaz.

Öncelik İlişkileri: Ürünler montaj hatlarında birden fazla parçanın bir araya gelmesi ile meydana gelir. Ürünü oluşturan parçaların belli bir öncelik sırasıyla birleştirilmesi gerekmektedir. Birbirini izleyen görevler arasında görevlerin başlayabilmesi için o görevin öncüllerinin yapılmış olması gerekmektedir. Yani o işin başlayabilmesi için önceki işin bitmiş olması zorunludur. Görevlerin istasyonlara ataması yapılırken öncelik ilişkilerinin göz önünde bulundurulmalıdır.

İkincil Kısıtlar

Konum Kısıtı: Bu kısıt genellikle büyük hacimli ürünlerin üretildiği montaj hatlarında kullanılmaktadır. İşçilerin büyük hacimli ürünlerin montajını yaparken ürünün her kısmına ulaşması oldukça zordur. Bu tür işlemler tüm istasyonlarda yapılamaz. Bu nedenle bu görevler aynı istasyona atanmalıdır.

Sabit Donanım Kısıtı: Bazı makineler ve ekipmanlar hacim veya yapıları gereğince belirli bir yere sabitlenmek zorunda olabilir. Bu durumda hat dengeleme yapılırken de yerlerinin değişmesi mümkün değildir.

İstasyon Yüğü: İstasyonlarda olabilecek gecikmelerin tüm üretim hatlarını etkilememesi için bazı istasyonlarda gerçekleştirilen işlemlerin çevrim süresinden daha kısa bir sürede gerçekleştirilmesi istenmektedir. Bu gecikme yaşanma ihtimali yüksek olan

hatlar için istenmektedir. Bu şekilde gecikme yaşansa da çevrim süresi aşılmayacağı için meydana gelebilecek problemlerin tüm üretim hattını etkilemesinin önüne geçilmiş olur.

Aynı İş İstasyonuna Atanması İstenen Operasyonlar: Montaj hattında gerçekleştirilen görevlerden aynı makine veya ekipman kullanılarak üretimi yapılacak olan ürünlerin aynı istasyona atanması istenebilir.

Aynı İş İstasyonuna Atanmaması İstenen Operasyonlar: Bazı görevlerin aynı istasyona atanması önlenmek istenebilir. Örneğin şartları ağır olan iki işin aynı istasyona atanması o istasyonda çalışan işçinin iş yükünü çok arttıracak ve ilerleyen zamanlarda işçide ergonomik açıdan sorunlara neden olacaktır.

3. PARALEL MONTAJ HATTI Dengeleme ve İŞÇİ ATAMA (PMHDİA)

3.1. Paralel Montaj Hattı Dengeleme (PMHD)

Günümüzde artan rekabet koşulları nedeniyle işletmeler müşteri taleplerine yeterli cevap verebilmek için, üretim sürecinde kullandıkları, işgücü, makine ve sermaye gibi mevcut kaynaklarını en etkin şekilde kullanmalıdır.

Talebin yüksek olması durumunda geleneksel montaj hatları yetersiz kalmaktadır. Bu tür durumlarda verimliliği arttırmak için montaj hatlarının özellikleri ve hat sayılarının değişmesi gerekmektedir. Seri üretimdeki montaj hatları tek bir ürünün üretimini gerçekleştirmektedir. Aynı anda daha fazla ürünün montaj hattından çıkması için istasyonlar paralel olarak konumlandırılarak bir çalışanın birden fazla istasyonda çalışmasına olanak sağlanır. Böyle hatlar paralel montaj hattı olarak adlandırılmaktadır.

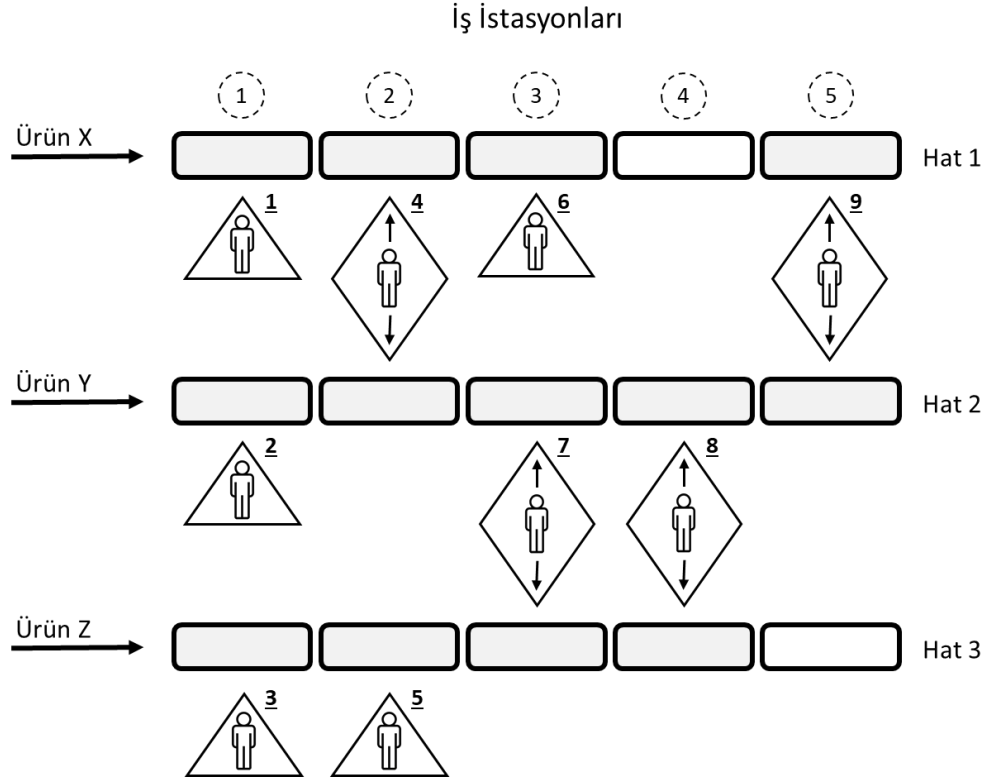
Üretim sistemlerinde birbirine paralel olarak konumlandırılmış hatlarda birbirinden farklı, birbirine benzer veya birbirlerinin aynısı olan ürünler üretilmektedir.

Birbirlerine yakın olarak konumlandırılan paralel montaj hatlarında operatörler yürüme mesafesinde olan ve çevrim süresini aşmamak koşulu ile komşu istasyonlarda çalışabilmektedir. Bu sayede aynı sürede üretilen ürün miktarı artırılırken operatör boş zamanı da en aza indirilerek verimlilik artışı sağlanmış olur.

Birden fazla düz hattın eş zamanlı olarak dengelendiği bu problem, PMHD Problemi olarak adlandırılmaktadır. PMHD probleminin amacı, toplam istasyon veya operatör sayısını en aza indirmektir. Montaj hatlarında yapılacak olan dengeleme çalışmaları kaynak kullanımında önemli bir fayda sağlamaktadır.

Birden fazla hattın eş zamanlı dengelenmesi ilk kez Gökçen ve arkadaşları tarafından önerilmiştir [2]. Gökçen ve arkadaşları yaptıkları çalışmada, operatör yürümelerine uygun, birbirine paralel ve yakın olarak tasarlanmış birden fazla özdeş ya da benzer montaj hattından oluşan üretim sistemlerinde verimliliği arttırmak ve mevcut kaynakların daha iyi kullanılmasını sağlamak amacıyla, paralel konumlandırılmış hatlarda bulunan komşu istasyonlar arasındaki iş yüklerinin birleştirilmesini önermişlerdir. Gökçen ve arkadaşlarının çalışmasına göre, ürünlerin, birbirine paralel olarak konumlandırılmış birden çok hatta üretildiği fabrikalarda PMHD çalışması kaynak kullanımını arttırmış ve verimliliğin artmasına önemli katkılarda bulunmuştur.

Şekil 4’de örnek bir paralel montaj hattı verilmiştir.



Şekil 4. PMHD süreci

Şekil 4’de birbirine paralel olarak tasarlanmış üç hat bulunmaktadır. Şekilde görülen üç montaj hattı da beş istasyondan oluşmaktadır. Hat 1’de X ürünü, Hat 2’de Y ürünü ve Hat 3’de Z ürünü olmak üzere üç hatta da farklı ürünler üretilmektedir.

X ürününü üretildiği Hat 1’de birinci istasyonda 1 numaralı işçi, 2 numaralı istasyonda 4 numaralı işçi, 3 numaralı istasyonda 6 numaralı işçi, 5 numaralı istasyonda 9 numaralı işçi çalışmaktadır. Hat 1’de 4 numaralı istasyonda çalışılmamaktadır. Bu tür istasyonlar boş istasyon olarak tanımlanmaktadır.

Y ürününün üretildiği Hat 2’nin 1 numaralı istasyonunda 2 numaralı işçi, 3 numaralı istasyonda 7 numaralı işçi ve 4 numaralı istasyonda 8 numaralı işçi işlem yapmaktadır.

Son olarak Z ürününün üretildiği Hat 3’de 1 numaralı istasyonda 3 numaralı işçi ve 2 numaralı istasyonda 5 numaralı işçi çalışmaktadır. Hat 3’de bulunan 5 numaralı istasyonda boş istasyondur.

Birbirlerine yakın olarak konumlandırılan Hat 1 ve Hat 2 birbirine komşu hatlar olarak kabul edilmektedir. Aynı şekilde Hat 2 ve Hat 3 de birbirine komşu olan hatlardır. Ancak birbirine yakın olarak konumlandırılmamış olan Hat 1 ve Hat 3 komşu hatlar olarak tanımlanamaz ve bu hatlar arasında ortak işçi çalıştırılmaz. Bunun nedeni Hat 1 ve Hat 3

arasında ortak işçi çalıştırılması durumunda çalışanın yürüme mesafesi nedeniyle zaman kaybetmesidir.

Birbirlerine paralel olarak konumlandırılan hatların aynı numaralı istasyonları komşu istasyon olarak tanımlanmaktadır.

Şekil 4’de üçgen şekli ile gösterilen işçiler tek bir istasyonda çalışırken, dörtgen şekli ile gösterilen işçiler çalıştıkları hatta komşu olan diğer hattın aynı istasyonunda da yani komşu istasyonda da çalışabilmektedir.

4 numaralı işçi X ürününün üretimini yaptığı Hat 1’de 2 numaralı istasyona atanmışken aynı zamanda Y ürününün üretildiği Hat 2’nin 2 numaralı istasyonuna da atanmıştır. Aynı şekilde Hat 1’de çalışan 9 numaralı işçi Hat 2’de 5 numaralı istasyonda da görev almaktadır. Hat 2’de C ürününün üretiminde çalışan 7 numaralı işçi, Z ürününü üretildiği Hat 3’ün 3 numaralı istasyonunda da görev almaktadır. Aynı şekilde Hat 2’nin 4 numaralı istasyonunda çalışan 8 numaralı işçi komşu hattı olan Hat 3’ün 4 numaralı istasyonunda da çalışmaktadır.

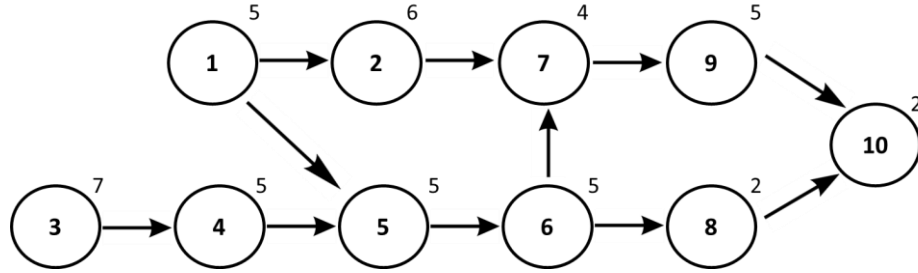
Detaylı olarak Şekil 4 üzerinden anlatacak olursak; Şekil 4’te görülen birbirine paralel olarak konumlandırılmış hatların eş zamanlı dengelenmesinde birbirine komşu olan hatlardaki istasyonlar arasında iş yükleri birleştirilmektedir. Başka bir deyişle komşu hatlar arasındaki komşu istasyonlara atanan görevler çevrim zamanı kısıtı aşılmayacak şekilde ortak işçi tarafından gerçekleştirilir. Şekil 4 üzerinden açıklarsak: birbirine komşu olan Hat 1 ve Hat 2’de çalışan 9 numaralı işçi Hat1’de üretimini yaptığı X ürünüyle ilgili görevleri tamamladıktan sonra çevrim zamanını aşmayacak şekilde Hat 2’ye geçerek Y ürününün üretimi için gerekli olan görevleri yapar ve daha sonra Hat 1’e geri döner. Aynı şekilde 7 numaralı işçi de Hat2’de Y ürününün üretimini için gereken görevleri yaptıktan sonra Hat 3’e giderek Z ürününün üretilmesi için gerekli olan görevleri çevrim süresi aşılmayacak şekilde gerçekleştirerek daha sonra Hat 2’ye geri döner. Ancak Hat 1 ve Hat 3 arasında ortak işçi bulunamaz. Bunun sebebi ise Hat 1 ve Hat 3 arasındaki mesafenin gereksiz zaman kaybına neden olmasıdır. Ortak işçi kullanılacak olan hatlar birbirlerine yakın olmalıdır. Yan yana olan iki hattaki komşu istasyonlara ortak işyeri denmektedir. Şekil 4 üzerinden açıklayacak olursak 4,7,8 ve 9 numaralı işçilerin çalıştığı alan ortak işyeri olarak adlandırılmaktadır. Aralarında ortak iş yükü bulunmayan istasyonlara ise ayrık işyeri denmektedir. Ayrık iş yerleri arasında ortak çalışan bulunamaz. Hat 1 de bulunan dördüncü istasyon ve Hat 3 de bulunan beşinci istasyon ise boş istasyon olarak tanımlanmaktadır. Buralara herhangi bir görev ataması yapılmamıştır. Boş istasyonlar bir

önceki istasyondan aldığı parçaları taşıma sistemi yardımı ile bir sonraki istasyona taşımaktadır.

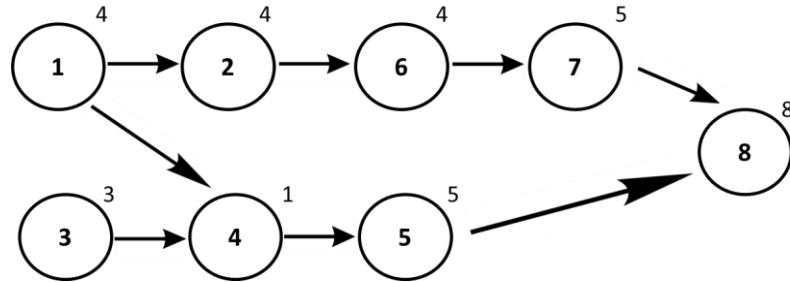
PMHD’de ürünün hangi hatta ve hangi istasyonda üretileceği daha önceden belirlenmiştir. Bu nedenle hatlarda üretim esnekliği bulunmamaktadır. Operatörler çalışma süreleri çevrim süresini aşmadığı sürece komşu istasyonlarda da çalışabildiği için operatör esnekliği bulunmaktadır. Bu sayede kullanılan iş gücü azalacağından iş gücü maliyeti de azalacaktır. PMHD’de operatörlerin birden çok iş hakkında bilgi ve yetenek sahibi olduğu düşünülerek, bilgi ve yetenekleri doğrultusunda istasyonlara atamaları gerçekleştirilmektedir.

PMHD problemini sayısal bir örnek üzerinden anlatacak olursak;

Hat 1 ve Hat 2 birbirine paralel olarak konumlandırılmış hatlardır. Hat 1’de Ürün X ve Hat 2’de Ürün Y olmak üzere bu hatlarda farklı ürünlerin montajı yapılmaktadır. Görevler arasındaki öncelik ilişkilerinin belirlenebilmesi için. Şekil 5’de Ürün X’e ait öncelik diyagramı, Şekil 6’da ise Ürün Y’ye ait öncelik diyagramı verilmiştir. Bu hatlar için belirlenen çevrim süresi 10 dakikadır.



Şekil 5. Ürün X için öncelik diyagramı



Şekil 6. Ürün Y için öncelik diyagramı

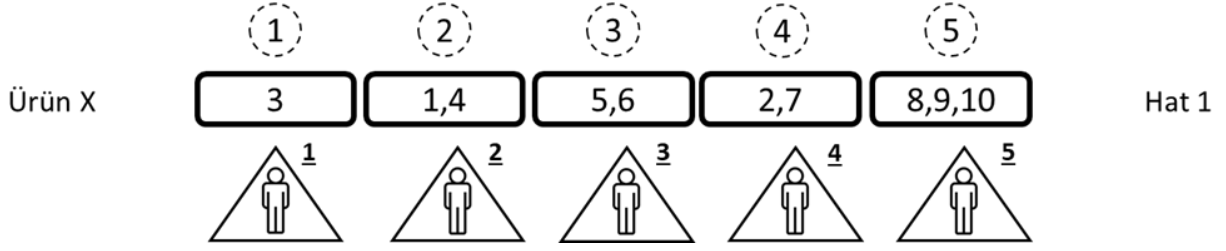
Ürün X için öncelik diyagramına bakılarak görevler arasındaki öncüllük ve ardıllık ilişkileri belirlenmektedir. Düğümlerin içerisindeki sayılar görev numarasını, üzerlerindeki sayılar ise görev sürelerini ifade etmektedir. X ürününün üretildiği hattaki görev süreleri; birinci, dördüncü, beşinci, altıncı ve dokuzuncu görev için 5 dakika, ikinci görev için 6

dakika, üçüncü görev için 7 dakika, yedinci görev için 4 dakika, sekizinci ve onuncu görevler için 2 dakikadır. Ürün X'in üretimi birbirlerinden bağımsız olan birinci ve üçüncü görevle başlamaktadır. İkinci görevin başlayabilmesi için birinci görevin tamamlanmış olması gerekmektedir. Üçüncü görev dördüncü görevin öncülü olduğu için dördüncü görevin başlayabilmesi için üçüncü görevin tamamlanmış olması gerekmektedir. Beşinci görevin başlatabilmesi için ise öncül görevleri olan birinci ve dördüncü görevlerin tamamlanmış olması gerekmektedir. Altıncı görevin başlayabilmesi için beşinci görevin tamamlanmış olması gerekmektedir. Yedinci görevin iki adet öncül görevi bulunmaktadır. Bunun için yedinci görevin başlayabilmesi için öncül görevleri olan ikinci ve altıncı görevlerin tamamlanmış olması gerekmektedir. Sekizinci görevin başlayabilmesi için altıncı görevin, dokuzuncu görevin başlayabilmesi için yedinci görevin ve son olarak onuncu görevin başlayabilmesi için öncülleri olan sekizinci ve dokuzuncu görevlerin tamamlanmış olması gerekmektedir.

Ürün Y'nin öncelik diyagramına göre görev süreleri; birinci, ikinci ve altıncı görevler için 4 dakika, üçüncü görev için 3 dakika, dördüncü görev için 1 dakika, beşinci ve yedinci görevler için 5 dakika ve son olarak sekizinci görev için 8 dakikadır. Ürün Y'nin üretimi birbirlerinden bağımsız olan birinci ve üçüncü görevlerle başlamaktadır. İkinci görevin başlayabilmesi için birinci görevin tamamlanmış olması gerekmektedir. Dördüncü görevin başlayabilmesi için öncül görevleri olan birinci ve üçüncü görevlerin tamamlanması gerekmektedir. Beşinci görevin başlayabilmesi için dördüncü görevin, altıncı görevin başlayabilmesi için ikinci görevin, yedinci görevin başlayabilmesi için altıncı görevin ve son olarak sekizinci görevin başlayabilmesi için öncülleri olan beşinci ve yedinci görevlerin tamamlanmış olması gerekmektedir.

İlk olarak Ürün X ve Ürün Y'nin üretildiği hatlar öncelik diyagramları ve çevrim süresi dikkate alınarak birbirlerinden bağımsız bir şekilde dengelenmiştir. Hatların birbirinden bağımsız dengelenmesi her işçinin tek bir hatta ve tek bir istasyonda çalışması ve çevrim süresi bitmeden görevi tamamlasa bile yeni bir göreve başlamaması anlamına gelmektedir.

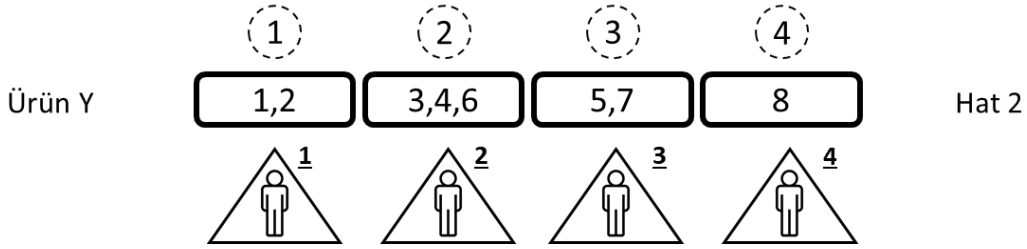
Ürün X'in üretildiği Hat 1'de hat dengelemesi için en uygun görev atamaları Şekil 7'de gösterilmiştir.



Şekil 7. Ürün X için görev atamaları

Şekil 7’de gösterilen montaj hattında 5 istasyon bulunmaktadır. Bu hatta yapılacak olan 10 görev çevrim zamanını aşmayacak şekilde atanmıştır. Birinci istasyonda 3 numaralı görev gerçekleştirilmektedir. İkinci istasyona 1 ve 4 numaralı görevler, üçüncü istasyona 5 ve 6 numaralı görevler, dördüncü istasyona 2 ve 7 numaralı görevler atanmıştır. Son olarak beşinci istasyona 8, 9 ve 10 numaralı görevler atanmıştır.

Ürün Y’nin üretildiği Hat 2’de hat dengelemesi için en uygun görev atamaları Şekil 8’de gösterilmiştir.

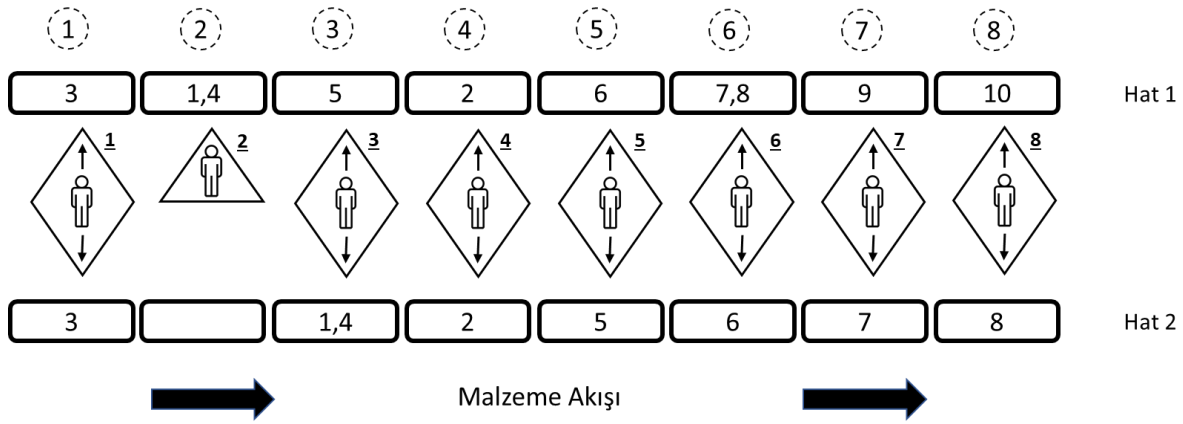


Şekil 8. Ürün Y için görev atamaları

Şekil 8’de gösterilen montaj hattında 4 istasyon bulunmaktadır. Bu hatta gerçekleştirilecek olan 8 görev çevrim zamanını aşmayacak şekilde atanmıştır. Birinci istasyona 1 ve 2 numaralı görev, ikinci istasyona 3,4 ve 6 numaralı görev, üçüncü istasyona 5 ve 7 numaralı görev, son olarak dördüncü istasyona 8 numaralı görev atanmıştır.

Hatlar bağımsız olarak dengelendiğinde Ürün X’in üretildiği Hat 1’de 5, Ürün Y’nin üretildiği Hat 2’de 4 olmak üzere toplamda 9 istasyon yani 9 operatör bulunmaktadır. Her bir istasyon için boş zaman çevrim süresinden o istasyonda gerçekleştirilen görevlerin toplam sürelerinin çıkarılması ile hesaplanmaktadır. Ürün X’in üretildiği Hat 1’in birinci istasyonunda 3 dakika ve beşinci istasyonunda 1 dakika olmak üzere Hat 1’de toplam 4 dakika, Ürün Y’nin üretildiği Hat 2’nin birinci, ikinci ve dördüncü istasyonlarında 2’şer dakika olmak üzere Hat 2’de toplam 6 dakika boş zaman bulunmaktadır.

Bu hatlar birbirlerine paralel olarak konumlandırıldığında ve eş zamanlı olarak dengelendiğinde görev atamaları Şekil 9'daki gibi olmaktadır.



Şekil 9. Hatların paralel dengelenmesi

Şekil 9'da da görüldüğü gibi hatlar eş zamanlı dengelendiğinde. Operatör sayısı 9'dan 8'e düşmektedir. 2 numaralı operatör dışındaki tüm operatörler çevrim süresini aşmama koşulu ile komşu hattaki aynı numaralı istasyonda da görev almaktadır. Hatlar eş zamanlı dengelendiğinde paralel istasyonlarda kurulan ortak iş yerlerinde aynı operatör çalıştığı için bütün istasyonlarda toplam boş zamanın sıfır olduğu görülmektedir. Bu sayede operatör boş zamanları azaltılarak verimlilik artışı sağlanmaktadır.

Hat 1 ve Hat 2 bağımsız ve eşzamanlı dengelendiğinde operatör sayısı ve boş zaman Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Hatların bağımsız ve eş zamanlı dengelenmesinde en iyi görev atamaları

İstasyon No	Bağımsız Dengeleme				Eş Zamanlı Dengeleme		
	Hat 1	Boş Zaman (dk)	Hat 2	Boş Zaman (dk)	Hat 1	Hat 2	Boş Zaman (dk)
1	{3}	3	{1,2}	2	{3}	{3}	0
2	{1,4}	0	{3,4,6}	2	{1,4}	-	0
3	{5,6}	0	{5,7}	0	{5}	{1,4}	0
4	{2,7}	0	{8}	2	{2}	{2}	0
5	{8,9,10}	1	-	-	{6}	{5}	0
6	-	-	-	-	{7,8}	{6}	0
7	-	-	-	-	{9}	{7}	0
8	-	-	-	-	{10}	{8}	0
Operatör Sayısı :	5		4				
Toplam Operatör Sayısı : 9					Toplam Operatör Sayısı : 8		
Boş Zaman :	4		6		0		
Toplam Boş Zaman : 10					Toplam Boş Zaman : 0		

3.2. Montaj Hattı Dengelemede İş Gücü Faktörü

Basit MHD problemlerinde işlem sürelerinin sabit olduğu varsayılmaktadır. Ancak gerçek hayatta her işçinin yetenekleri birbirinden farklıdır. Bu nedenle yapılacak olan aynı işin ne kadar sürede tamamlanacağı işi yapan operatörün performansına göre farklılık göstermektedir. Görevler her operatör tarafından farklı sürede yapılacağı gibi operatörün iş hakkında bilgisi olmaması durumlarda işi hiç yapamaması da söz konusu olabilir. MHDİA Problemi her işçinin aynı işi farklı hızlarda gerçekleştirdiğini göz önüne aldığı için gerçek hayatta karşılaşılan problemlere daha yakındır. MHDİA Probleminde işçilerin yetenekleri, gerçekleştirecekleri görevleri yapabilecek yeteneğe sahip olup olmadıkları durumu göz önünde bulundurulduğu için sadece işlerin istasyonlara atanması değil, aynı zamanda işçilerin de istasyonlara atanması durumu söz konusudur.

İşçilerin performansı, fiziksel özelliklerine, becerilerine, yaşına, deneyimine göre farklılık gösterebilmektedir. Bu nedenle işçiler çalıştıkları işlere göre farklı performanslar göstermektedir. Şekil 10'da 5 operatörlü 7 görevli bir operasyon için görev atama matrisi örneği verilmiştir.

		Görevler						
		1	2	3	4	5	6	7
Operatörler	1	X	2	X	5	X	2	4
	2	5	X	5	X	1	X	3
	3	3	3	3	3	3	3	3
	4	X	X	X	X	X	3	3
	5	3	1	5	X	X	X	X

Şekil 10. Görev atama matrisi

Şekil 10'da verilen örnek matriste çalışan 5 operatörün atanacağı 7 görev bulunmaktadır. Her görevler her operatör tarafından farklı sürelerde gerçekleştirilmektedir. Her operatör her göreve atanmamaktadır. Örneğin görev 5 birinci, dördüncü ve beşinci operatör tarafından gerçekleştirilmemektedir. Görev 7 ise beşinci operatör dışında her operatör tarafından gerçekleştirilebilmektedir. İkinci, üçüncü ve dördüncü operatör tarafından birinci operatöre göre daha hızlı yapılan görev 7 için ikinci, üçüncü ve dördüncü operatörler arasından hangi operatörün atanacağına diğer kısıtlar göz önünde bulundurularak karar verilir.

Şekil 10'da da görüldüğü görevlere atanacak operatörlerin performansları değişebilmektedir. Yetenekleri doğrultusunda görevi gerçekleştirmeye uygun olmayabilir

ya da performans süreleri arasında yüksek farklar görülebilir. Bu nedenle MHD çalışmaları yapılırken işçi performansı göz önünde bulundurulması gereken önemli bir faktördür.

4. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Tez kapsamında çalışılan Paralel Montaj Hattı Dengeleme ve İşçi Atama (PMHDİA) Problemi ile ilgili literatürde herhangi bir çalışma yoktur. PMDH Problemleri ve İşgücü Atama Problemlerinin beraber ele alınan hali olduğu için kaynaklardan PMHD Problemleri ve İşgücü Atama Problemleri ile ilgili yapılan çalışmalar incelenmiştir.

MHD çalışması ilk kez 1955 yılında Salvesson tarafından yapılmıştır. Salvesson istasyon sayısını en küçüklemek için doğrusal programlama modeli önermiştir [7]. Literatürde MHD problemi için çözüm yöntemleri içeren birçok kaynak bulunmaktadır. MHD problemi ile ilgili daha kapsamlı bilgi almak için literatürde bulunan şu çalışmalara bakılabilir; Baybars [8], Ghosh ve Gagnon [9], Erel ve Sarin [10], Scholl ve Becker [11] ve Becker ve Scholl [12], Battaia ve Dolgui [13].

Süer ve Dağlı 1994 yılında yaptıkları çalışmada görevlerin hatlara atanması problemini ele almışlar ve montaj hatlarının sayısını belirlemek üzere paralel montaj hatları için sezgisel bir yaklaşım geliştirmişlerdir [14]. Daha sonra Süer 1995 yılında alternatif montaj hatları tasarım stratejileri üzerine çalışmıştır. Süer'in bu çalışmadaki amacı gerekli olan işçi sayısını ve paralel hat sayısını belirlemektir. Bunun için; MHD, paralel istasyonları belirleme ve paralel hatları belirleme olmak üzere 3 aşamalı bir sezgisel önermiştir. Paralel hat sayısını bulmak için tam sayılı programlama modeli kullanmıştır. [15].

Birden fazla hattın eş zamanlı olarak dengelenmesi fikri ilk olarak Gökçen ve arkadaşları tarafından ortaya atılmıştır [2]. Bu çalışmada birden fazla özdeş ya da benzer montaj hattından oluşan üretim sisteminin verimliliğinin ve kaynak kullanımının artırılması amacıyla, paralel hatların komşu istasyonlarının iş yüklerinin birleştirilmesini önermişlerdir.

Benzer ve arkadaşlarının 2007 yılında yaptıkları çalışmada, küçük boyutlu PMHD problemi için en iyi çözüm veren bir ağ çözümü yaklaşımı ortaya konulmuştur [16].

Çerçioğlu ve arkadaşlarının 2009'da yaptıkları çalışmada, PMHD problemi için tavlama benzetimi tabanlı bir yaklaşım geliştirilmiştir [17].

Doerr ve arkadaşları tarafından 2000'de yapılan çalışmada aralıksız bir akış hattında çalışanların farklı becerilere sahip olduğu, bu nedenle işlem süresinin işi yapan çalışana göre değiştiği kabul edilmiştir. Problemi çözmek amacıyla optimizasyon algoritması ve sezgisel algoritma geliştirilmiştir [18].

Hopp ve arkadaşları tarafından 2004 yılında yapılan çalışmada işgücü verimliliğinin seri üretim hatlarındaki verimliliğe olan etkisi incelenmiştir. Çapraz eğitilmiş çalışanların işi erken bittiğinde ihtiyaç duyulan istasyonda çalıştırılarak işçilerin boş zamanlarının en küçüklenmesi ve hat verimliliğinin artırılması amaçlanmıştır [19].

Vilarinho ve Simaria 2002 yılında yaptıkları çalışmada bölge kısıtlamalarından kaynaklı oluşan problemleri dikkate alarak paralel iş istasyonları için matematiksel model geliştirdiler. Model geliştirilirken çevrim süresi sabit kabul edilerek ilk olarak istasyon sayısının en aza indirilmesi, ikinci olarak ise iş yüklerinin iş istasyonlarına dengeli olarak dağıtılması hedeflenmiştir. Çalışma sonucunda oluşturulan matematiksel model ile büyük boyutlu problemler dahil olmak üzere iyi sonuçlar elde edilmiştir [20].

Akpınar ve Bayhan 2011 de yaptıkları çalışmalarında bölge kısıtlamaları dikkate alınarak paralel iş istasyonlarında MHD için algoritma geliştirmişlerdir. Geliştirilen bu algoritmada istasyon sayısını en aza indirmek, iş istasyonları arasındaki iş yükünü dengelemek ve her bir iş istasyonunun kendi içindeki karmaşıklıklarını çözmek amaçlanmıştır [21].

Özbakır ve arkadaşları 2012’de yaptıkları çalışmada iş istasyonlarının boş zamanlarını en aza indirmek ve hat verimliliğini en üst seviyeye çıkarmak için paralel montaj hatlarının eş zamanlı dengelenebilmesi için yeni çok kolonili karınca algoritması geliştirilmiştir [22].

Kara ve Atasagun’un 2013 yılında yaptıkları çalışmada kaynak MHD yaklaşımı ve PMHD yaklaşımı birlikte ele alınmıştır ve tamsayı doğrusal matematiksel model önerilmiştir [23].

Küçükkoç ve Zhang’ın 2015 yılında yaptıkları çalışmada paralel hatlar ve U tipi hatların avantajlarını beraber kullanabilmek ve kaynak kullanımını arttırmak amacıyla iki bitişik U tipi hat arasında bulunan iş istasyonlarına görevler atamak için sezgisel algoritma önerilmiştir. U tipi hatların paralelleştirilmesinin işgücü ihtiyacını önemli derecede azaltacağı görülmektedir [24].

Tapkan ve arkadaşlarının 2016 yılında yaptıkları çalışmada iki taraflı PMHD problemine yürüme mesafeleri dahil edilmiştir. Arılar Algoritması ve Yapay Arı Kolonisi algoritması önerilmiştir [25].

Fisel ve arkadaşları tarafından 2019’da gerçekleştirilen çalışmada talep durumundaki belirsizlik göz önünde bulundurularak sistemin esnekliği ve değişkenliğine odaklanılmıştır. Tam sayılı doğrusal optimizasyon gerçekleştirerek MHD hedeflemiştir. Uygulanabilirliği otomotiv montaj hattı örneği üzerinde gösterilmiştir [26].

Li ve arkadaşlarının 2019'da yaptığı çalışmada iki taraflı robotik montaj hatlardaki kurulum süresini dikkate alarak yeni bir karışık tamsayı doğrusal programlama modeli geliştirmişlerdir. Ayrıca yapay arı kolonisi algoritması ve göç eden kuş optimizasyon algoritmasının iki türevi ile küçük boyutlu problemler için iyi sonuçlar elde edebilmişlerdir [27].

Özcan 2019 yılında yaptığı çalışmada paralel montaj hatlarında sekansa bağlı sürelerle bağlı olarak işlerin dengelenmesi ve çizelgelenmesi probleminin çözümü için doğrusal matematiksel model ve simüle edilmiş bir tavlama algoritması önerilmiştir [28].

Miraless ve arkadaşları 2007 yılında yaptıkları çalışmada engelli bireylerin iş hayatına kazandırılmaları, her bireyin farklı yetkinlikleri olmasından kaynaklı yetkinliklerine uyumlu iş atamalarının yapılması ve personelin işi bırakması durumunda yeniden atamaların yapılabilmesi için yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemi farklı çalışmalarda test etmiştir [29].

Moreira, Miralles ve Costa 2015 yılındaki çalışmalarında bir engeli bulunmayan çalışanlar ve engelli çalışanlar aynı işi yapabilmektedir. Aynı işi yapabilmelerinden dolayı engelli çalışanlar istasyonlara atanırken ek bir iş istasyonu gereksinimi ortaya çıkabilmektedir. Bu nedenle engelli çalışanların ataması yapılırken ek iş istasyonu sayısını en aza indirmek için matematiksel model ve sezgisel geliştirmişlerdir. Bu çalışma sayesinde verimlilik artması sağlanmıştır [30].

Corominas ve arkadaşları 2008 yılında motosiklet üretimi yapan bir fabrikada gerçekleştirdikleri bir çalışmada çalışanları deneyimli ve deneyimsiz olarak kategorize etmiştir. Deneyimli çalışanların deneyimsiz çalışanlara göre görevi gerçekleştirme süreleri daha kısadır ve deneyimsiz çalışanların her birinin deneyimli olan çalışan yanına atanması koşulu bulunmaktadır. Yapılan çalışmada deneyimsiz çalışan sayısının azaltılması amacı ile matematiksel model önerilmiştir [31].

Öksüz ve Satoğlu 2014 yılında, çalışanları yeteneklerine ve deneyimlerine göre 4 gruba ayırmıştır. Çok yetenekli, yetenekli, deneyimli ve deneyimsiz olarak ayrılan çalışanların performanslarını puanlamıştır. Bu puanlamaya göre geliştirilen sezgisel modelde sonuçların daha iyi çıktığı gözlemlenmiştir [32].

Tuncel ve Topaloğlu 2013 yılında, paralel istasyonlar içeren bir firmada iş atama ve bölge kısıtlarını dikkate alarak MHD çalışması yapmıştır. Bu çalışmada çevrim sabit tutulurken istasyon sayısının en küçüklenmesi hedeflenmiştir. Uygulanan matematiksel modelde iyi çözümler elde edilmiştir [33].

Güner ve Hasgül 2012 yılında yaptıkları çalışmada, sürdürülebilir dengeyi sağlamak için ergonomik faktörleri de içeren yeni bir tam sayılı programlama modeli önermişlerdir. Modeli literatürden alınan test problemleri üzerinde uygulamışlardır. [34]

Altunay ve arkadaşları 2017 yılında yaptıkları çalışmalarında çevrim sürelerini ve bazı özel kısıtları dikkate alarak paralel montaj hatlarında iş yüklerinin eşit dağıtılmasını amaçlamıştır. Bu amaçla bir matematiksel model geliştirmiş ve geliştirdikleri modeli örnek bir problemde test etmişlerdir [35].

Ayrım ve Can, 2018 yılında çalışanların fiziksel ve zihinsel kapasitelerini ele aldıkları çalışmalarında çalışanların yükünü en küçükmeyi hedeflemişlerdir. Çalışmada çalışanların kapasitelerine göre işlerin atanmaları gerektiğini öneren bir model geliştirmişlerdir [36].

Borba ve Litt 2014 yılında yaptıkları çalışmada bazı çalışanlar bazı işleri çok daha yavaş ya da hatta hiç yapamayacağı durumları göz önünde bulundurarak bu problemlerin çözümleri için yeni bir sezgisel algoritma ve dal-sınır prosedürü önermişlerdir [37].

Chu ve arkadaşları 2019 yılında yaptıkları çalışmalarında farklı beceri düzeylerine sahip vasıflı işçilerin kapasite veya maliyet avantajlarına göre görevlere atanmasına odaklanarak uyarlamalı bir memetik diferansiyel arama algoritması önermişlerdir [38].

Lian ve arkadaşları 2018'deki çalışmasında işçilerin becerileri ve yeterlilik seviyelerindeki farklılıklar dikkate alınarak Seru üretim sistemleri için iş yükü dengesini iyileştirmeyi hedefleyen bir matematiksel model ve meta sezgisel algoritma geliştirmişlerdir [39].

Feng ve arkadaşları 2017 yılında yaptıkları çalışmada makinelerin, parçaların ve çalışanların en uygun atamasını belirlemek için doğrusal model geliştirmişlerdir. Sayısal analizlerle önerdikleri modelin işgücü kullanım oranını iyileştirebileceğini ortaya koymuşlardır [40].

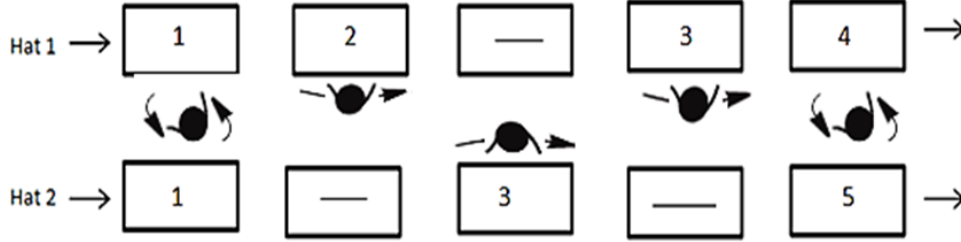
Pereira 2008 yılında yaptığı çalışmada görev sürelerinin işlemleri gerçekleştiren işçiye bağlı olduğunu ve hattın verimini en üst düzeye çıkarmak için montaj hattındaki görev ve işçileri istasyonlara en uygun şekilde atamayı amaçlamıştır. Bunun için kesin ve sezgisel çözüm yöntemleri önermiş ve analiz etmiştir [41].

Pearce ve arkadaşları 2019 yılında yaptıkları çalışmada aynı istasyonda birden fazla işçinin çalışmasına izin vererek kaynak kullanımını azaltmayı amaçlamışlardır. Bir tam sayılı program ile sezgiseli birleştirerek test problemleri üzerinde denemişler ve başarılı sonuç almışlardır [42].

Niakan ve arkadaşları 2016 yılında yaptıkları çalışmada işçi atamasında çevresel ve sosyal kriterleri göz önünde bulundurulduğu yeni bir matematiksel model ve NSGA II-MOSA adında yeni bir çözüm yaklaşımı önermişlerdir [43].

5. PMHD VE PMHDİA PROBLEMİ İÇİN MATEMATİKSEL MODELLER

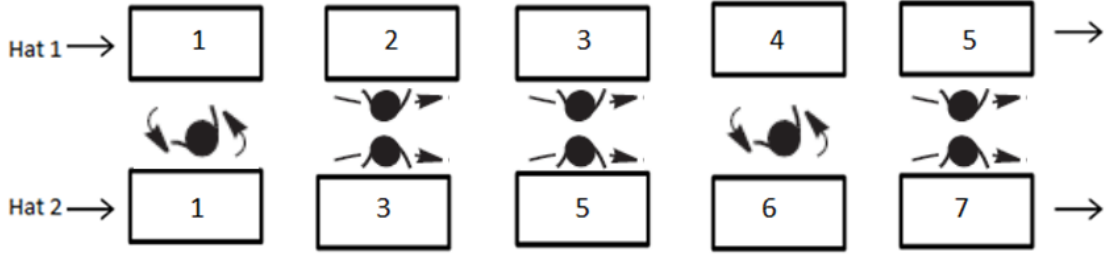
Tez kapsamında önerilen iki adet tam sayılı matematiksel modelden ilki istasyon odaklı tam sayılı matematiksel model, diğeri ise operatör odaklı tam sayılı matematiksel modeldir. Bu modellerin çalışma prensibi şu şekildedir.



Şekil 11. Operatör odaklı model yaklaşımı

Şekil 11'de gösterilen operatör odaklı model yaklaşımında, Hat 1 ve Hat 2 olmak üzere birbirlerine paralel olarak konumlandırılmış iki montaj hattı bulunmaktadır. Her iki hatta 5 iş istasyonu vardır. Karelerin içerisinde bulunan sayılar görev numaralarını göstermektedir. Hat 1 ve Hat 2'nin birinci ve beşinci istasyonları arasında ortaklık kurulmuştur ve bu istasyonlarda çalışan işçiler hem Hat1 ve Hat 2'de belirlenen bu istasyonlarda tek bir çevrim süresi içerisinde çalışmaktadır. Hat 1'de birinci istasyonda 1 numaralı görev, ikinci istasyonda 2 numaralı görev, dördüncü istasyonda 3 numaralı görev ve son olarak beşinci istasyonda 4 numaralı görev yapılmaktadır. Hat 2'de birinci istasyonda 1 numaralı görev, üçüncü istasyonda 3 numaralı görev ve beşinci istasyonda 5 numaralı görev yapılmaktadır. Hat 1 de üçüncü istasyona, Hat 2'de ikinci ve dördüncü istasyonlara görev atanmamıştır. Boş olan bu istasyonlar arasındaki malzeme akışı taşıma sistemleri ile gerçekleştirilmektedir.

Operatör odaklı modelde birbirlerine paralel olarak konumlandırılmış hatların birbirlerine komşu olan istasyonlarına aynı operatörün atanması prensibi vardır. Hat 1'in birinci istasyonuna 1 numaralı operatör atandığında Hat 2'nin birinci istasyonunda çevrim süresi dikkate alınarak aynı operatör çalıştırılır. Paralel hatların komşu istasyonlarında farklı operatörler çalışamaz.



Şekil 12. İstasyon odaklı model yaklaşımı

Şekil 12’de gösterilen operatör odaklı model yaklaşımında da Hat 1 ve Hat 2 olmak üzere birbirlerine paralel olarak konumlandırılmış iki montaj hattı bulunmaktadır. Her iki hatta 5 iş istasyonu vardır. Karelerin içerisinde bulunan sayılar görev numaralarını göstermektedir. Hat 1’de birinci istasyonda 1 numaralı görev, ikinci istasyonda 2 numaralı görev, üçüncü istasyonda 3 numaralı görev, dördüncü istasyonda 4 numaralı görev ve son olarak beşinci istasyonda 5 numaralı görev yapılmaktadır. Hat 2’de birinci istasyonda 1 numaralı görev, ikinci istasyonda 3 numaralı görev, üçüncü istasyonda 5 numaralı görev, dördüncü istasyonda 6 numaralı görev ve beşinci istasyonda 7 numaralı görev yapılmaktadır. Hat 1 ve Hat 2’nin birinci ve beşinci istasyonları arasında ortaklık kurulmuştur. Yani Hat 1’in birinci istasyonunda gerçekleştirilen 1 numaralı görev ve Hat 2’nin birinci istasyonunda gerçekleştirilen 1 numaralı görev aynı operatör tarafından yapılmaktadır. Aynı şekilde Hat 1’in dördüncü istasyonunda gerçekleştirilen 4 numaralı görev ve Hat 2’nin dördüncü istasyonunda gerçekleştirilen 6 numaralı görev aynı operatör tarafından yapılmaktadır. İstasyon odaklı modelde paralel hatların komşu istasyonları arasında ortaklık kurulmuş ise aynı operatör atanması zorunludur. Diğer durumlarda operatör odaklı modelden farklı olarak paralel hatların komşu istasyonlarında farklı operatörlerin çalışması mümkündür. Şekil 12’de de görüldüğü gibi; Hat 1 ve Hat 2’nin ikinci istasyonlarında, üçüncü istasyonlarında ve beşinci istasyonlarında farklı operatörler çalışmaktadır.

5.1. Hadi Gökçen Ve Arkadaşlarının Matematiksel Modeli

Önerilen istasyon odaklı ve operatör odaklı tam sayılı matematiksel modeller için Gökçen ve arkadaşlarının çalışmalarında [2] önerdikleri tam sayılı matematiksel model referans alınmıştır. Bu matematiksel modele ait notasyonlar ve matematiksel model aşağıda verilmiştir:

c : çevrim zamanı

h : hat numarası (indeksi), $h = 1, \dots, \bar{H}$

k : istasyon numarası (indeksi) $k = 1, \dots, K_{max}$

M_{hk} : h hattındaki k istasyonuna atanabilecek en fazla görev sayısı

n_h : h hattında montaj yapılacak ürüne ait görev sayısı

t_{hi} : h hattında montajı yapılacak ürüne ait i görevinin tamamlanma zamanı

K_{max} : istasyon sayısı

K_{min} : teorik istasyon sayısı

P_h : h hattında üretilen ürüne ait öncelik ilişkileri kümesi

x_{hik} : 1, eğer h hattında üretilecek olan ürüne ait i görevi k istasyonuna atanmış ise;

0, aksi halde

u_{hk} : 1, eğer h hattındaki k istasyonu kullanılmış ise; 0, aksi halde

z_k : 1, eğer k istasyonu kullanılır ise; 0, aksi halde

$$\text{Enküçükleme } TM = \sum_{k=[K_{min}]}^{K_{max}} z_k \quad (5.1.1)$$

Amaç fonksiyonu (5.1.1) istasyon sayısını enküçüklemeye çalışmaktadır.

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} x_{hik} = 1 \quad , \quad i = 1, \dots, n_h \quad , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.1.2)$$

(5.1.2) numaralı kısıt her görevin sadece bir istasyona bir defa atanmasını sağlamaktadır.

$$\sum_{i=1}^{n_h} t_{hi} \cdot x_{hik} + \sum_{i=1}^{n_{h+1}} t_{(h+1)i} \cdot x_{(h+1)ik} \leq c \cdot z_k \quad , \quad k = 1, \dots, K_{max} \quad , \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 1 \quad (5.1.3)$$

(5.1.3) numaralı kısıt çevrim süresini aşmasını engeller.

$$\sum_{i=1}^{n_h} X_{hik} - \|M_{hk}\| U_{hk} \leq 0 \quad , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad , \quad k = 1, \dots, K_{max} \quad (5.1.4)$$

$$u_{hk} + u_{(h+a)k} = 1 \quad , \quad h = 1, \dots, H - 2 \quad , \quad a = 2, \dots, H - h \quad , \quad k = 1, \dots, K_{max} \quad (5.1.5)$$

(5.1.4) ve (5.1.5) numaralı kısıtlar paralel hatların komşu istasyonlarına aynı operatörün atanmasını sağlar.

$$\sum_{k=1}^{K_{max}} (K_{max} - k + 1)(x_{hrk} - x_{hsk}) \geq 0 \quad , \quad \forall (r, s) \in P_h \quad (5.1.6)$$

(5.1.6) numaralı kısıt görevler arasındaki öncüllük ilişkisinin sağlanmasını garanti eder.

$$x_{hik}, z_k, u_{hk} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, n_h, k = 1, \dots, K_{max}, h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.1.7)$$

(5.1.7) numaralı kısıt ikili değişkenleri tanımlamaktadır.

Referans aldığımız model [2] 'de önerilen tam sayılı matematiksel modelde bulunan (5.1.2), (5.1.6) ve (5.1.7) numaralı kısıtlar tez kapsamında önerilen ilk iki modelde, ilki istasyon odaklı tam sayılı matematiksel model, diğeri ise operatör odaklı tam sayılı matematiksel model için aynı kalırken diğer kısıtlarda eklemeler yapılmıştır.

Kullanacağımız matematiksel modelimizde h adet hat bulunan ve istasyon sayısı k olan üretim sisteminde ürüne ait hatta gerçekleşecek görev sayısı verilmiştir. Görevler arasındaki öncüllük ilişkileri belirtilmiştir. Çevrim zamanı belirtilerek hangi hatta hangi görevin ne kadar sürede tamamlanması gerektiği gösterilmiştir. İki model için kullanılan ortak notasyonlar ve parametreler aşağıdaki verilmiştir. Fakat karar değişkenleri her model için farklı olduğundan ayrıca belirtilmiştir.

5.2. PMHD Problemi İçin İstasyon Odaklı Matematiksel Model

Notasyonlar

h : hat numarası (indeksi), $h = 1, \dots, \bar{H}$

k : istasyon numarası (indeksi) $k = 1, \dots, \bar{K}$

n_h : h hattında montajı yapılacak ürüne ait görev sayısı

i, j, r, s : görev numarası (indeksi), $i = 1, \dots, n_h$

P_{hi} : h hattında montajı yapılacak ürüne ait i görevinin öncül görevler kümesi

$(r, s) \in P_{hs}$: bir öncelik ilişkisi; h hattındaki r görevi s görevinden önce tamamlanmalıdır.

Parametreler

c : çevrim zamanı

t_{hi} : h hattında montajı yapılacak ürüne ait i görevinin tamamlanma zamanı

Karar değişkenleri

x_{hik} : 1, eğer h hattında üretilecek olan ürüne ait i görevi k istasyonuna atanmış ise; 0, aksi halde

u_{hk} : 1, eğer h hattındaki k istasyonu kullanılmış ise; 0, aksi halde

$z_{h(h+1)k}$: 1, eğer h ve $h + 1$ hatlarının komşu olan k istasyonları arasında ortak işyeri kurulmuş ise; 0, aksi halde

İstasyon odaklı model için amaç fonksiyonu ve kısıtlar aşağıdaki gibidir;

Amaç fonksiyonu;

$$Enküçükleme = \sum_{h=1}^{\bar{H}} \sum_{k=1}^{\bar{K}} u_{hk} - \sum_{h=1}^{\bar{H}-1} \sum_{k=1}^{\bar{K}} z_{h(h+1)k} \quad (5.2.1)$$

Amaç fonksiyonu (5.2.1) istasyon sayısını (operatör sayısını) enküçüklemeye çalışmaktadır.

$$\sum_{k=1}^{\bar{K}} x_{hik} = 1 \quad , \quad i = 1, \dots, n_h \quad , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.2.2)$$

(5.2.2) numaralı kısıt her görevin sadece bir istasyona bir defa atanmasını sağlamaktadır.

$$\sum_{i=1}^{n_h} t_{hi} \cdot x_{hik} + \sum_{i=1}^{n_{h+1}} t_{(h+1)i} \cdot x_{(h+1)ik} \leq c \cdot (u_{hk} + u_{(h+1)k} - z_{h(h+1)k}) \quad , \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad ,$$

$$h = 1, \dots, \bar{H} - 1 \quad (5.2.3)$$

(5.2.3) numaralı kısıt her bir istasyon zamanının çevrim zamanını geçmesini engeller.

$$\sum_{i=1}^{n_h} t_{hi} \cdot x_{hik} \leq c \cdot u_{hk} \quad , \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.2.4)$$

$$\sum_{i=1}^{n_k} x_{hik} \geq u_{hk} \quad , \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.2.5)$$

(5.2.4) ve (5.2.5) numaralı kısıtlar h . hattaki k . istasyonun kullanılıp kullanılmadığını kontrol eder.

$$z_{h(h+1)k} + z_{(h+1)(h+2)k} \leq 1 \quad , \quad \bar{H} \geq 3 \quad , \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 2 \quad , \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad (5.2.6)$$

(5.2.6) numaralı kısıt ardışık üç hattaki istasyon arasındaki ortaklık olmasını önler. En fazla iki hat arasında ortaklık kurulabilir. Örneğin 1. ve 2. hat arasında ortaklık varsa 2. ve 3. hat arasında ortaklık kurulamaz.

$$\sum_{k=1}^{\bar{K}} (\bar{K} - k + 1)(x_{hrk} - x_{hsk}) \geq 0 \quad , \quad \forall (r, s) \in P_{hs} \quad , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.2.7)$$

(5.2.7) numaralı kısıt h hattındaki görevler arasındaki öncüllük ilişkisinin sağlanmasını garanti eder.

$$u_{hk} + u_{(h+1)k} \geq u_{h(k+1)} , \quad k = 1, \dots, \bar{K} - 1 , \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 1 \quad (5.2.8)$$

$$u_{hk} + u_{(h+1)k} \geq u_{h(h+1)(k+1)} , \quad k = 1, \dots, \bar{K} - 1 , \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 1 \quad (5.2.9)$$

(5.2.8) ve (5.2.9) numaralı kısıtlar çözümde ara istasyonların boş istasyon olmasına engel olur.

$$x_{hik} , z_{h(h+1)k} , u_{hk} \in \{0, 1\} , \quad i = 1, \dots, n_h , \quad k = 1, \dots, \bar{K} , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.2.10)$$

(5.2.10) numaralı kısıt ikili değişkenleri tanımlamaktadır.

5.3. PMHD Problemi İçin Operatör Odaklı Matematiksel Model

Operatör odaklı model için notasyonlar ve parametreler istasyon odaklı modellerle aynıdır. Yeni karar değişkenleri aşağıda belirtilmiştir.

Karar değişkenleri

x_{hik} : 1, eğer h hattında üretilecek olan ürüne ait i görevi k operatörü tarafından yapılacak ise; 0, aksi halde

z_k : 1, eğer k operatörü çalışıyor ise; 0, aksi halde

Operatör odaklı model için amaç fonksiyonu ve kısıtlar aşağıdaki gibidir;

Amaç fonksiyonu;

$$\text{Enküçükleme} = \sum_{k=1}^{\bar{K}} z_k \quad (5.3.1)$$

Amaç fonksiyonu (5.3.1) operatör sayısını en küçükmeye çalışmaktadır.

$$\sum_{k=1}^{\bar{K}} x_{hik} = 1 , \quad i = 1, \dots, n_h , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.3.2)$$

(5.3.2) numaralı kısıt h . hattında yapılacak olan ürüne ait olan i görevinin bir operatöre atanmasını sağlamaktadır.

$$\sum_{h=1}^{\bar{H}} \sum_{i=1}^{n_h} t_{hi} \cdot x_{hik} \leq c \cdot z_k , \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad (5.3.3)$$

(5.3.3) numaralı kısıt istasyon zamanının çevrim zamanını aşmasını engeller.

$$\sum_{i=1}^{n_h} x_{hik} \leq n_h \cdot u_{hk} , \quad k = 1, \dots, \bar{K} , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.3.4)$$

$$\sum_{i=1}^{n_h} x_{hik} \geq u_{hk} , \quad k = 1, \dots, \bar{K} , \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.3.5)$$

(5.3.4) ve (5.3.5) numaralı kısıtlar istasyonun açılıp açılmadığını kontrol eder.

$$u_{hk} + u_{(h+a)k} \leq 1, k = 1, \dots, \bar{K}, \bar{H} \geq 3, h = 1, \dots, \bar{H} - 2, a = 2, \dots, \bar{H} - h \quad (5.3.6)$$

(5.3.6) numaralı kısıt komşu olmayan hatlara aynı operatörün atanmasını engeller.

$$\sum_{k=1}^{\bar{K}} (\bar{K} - k + 1)(x_{hrk} - x_{hsk}) \geq 0, \forall (r, s) \in P_{hs}, h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.3.7)$$

(5.3.7) numaralı kısıt h hattındaki görevler arasındaki öncüllük ilişkisinin sağlanmasını garanti eder.

$$z_k \geq z_{k+1}, h = 1, \dots, \bar{H} - 1, k = 1, \dots, \bar{K} \quad (5.3.8)$$

(5.3.8) numaralı kısıt herhangi bir görev ataması yapılmamış operatörlerin oluşmasını engeller.

$$x_{hik}, z_k, u_{hk} \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, n_h, k = 1, \dots, \bar{K}, h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.3.9)$$

(5.3.9) numaralı kısıt ikili değişkenleri tanımlamaktadır.

PMHD Problemi için önerilen matematiksel modellerden sonra tez çalışması kapsamında istasyon odaklı tam sayılı matematiksel model ve operatör odaklı tam sayılı matematiksel modele işçi atama kısıtı eklenerek elde edilen yeni iki matematiksel model aşağıda verilmiştir. Yeni iki model literatürde ilk defa bu tez kapsamında çalışılmıştır. İki model için kullanılan ortak notasyonlar ve parametreler aşağıdaki verilmiştir. Karar değişkenleri her model için farklı olduğundan ilgili modelden önce açıklanmıştır.

5.4. PMHDİA Problemi İçin İstasyon Odaklı Matematiksel Model

PMHD problemi için önerilen modellerden farklı olan notasyonlar, parametreler ve karar değişkenleri aşağıda belirtilmiştir.

Notasyonlar

w : Operatör numarası (indeksi) $w = 1, \dots, m, m$: toplam operatör sayısı

P_{hi} : h hattında montaj ı yapılacak ürüne ait i görevinin öncül görevler kümesi

Parametreler

t_{hiw} : h hattında montajı yapılacak ürüne ait i görevinin w operatörü tarafından tamamlanma zamanı

Karar değişkenleri

X_{hkw} : 1, eğer h hattında üretilecek olan ürüne ait i görevi k istasyonunda w operatörü tarafından yapılıyor ise; 0, aksi halde

Y_{hkw} : 1, eğer h hattının k istasyonunda w operatörü çalışıyor ise; 0, aksi halde

$V_{h(h+1)kw}$: 1, eğer h ve $h + 1$ hatlarının komşu olan k istasyonlarında w operatörü çalışıyor ise; 0, aksi halde

Amaç fonksiyonu;

$$Enküçükleme = \sum_{h=1}^{\bar{H}} \sum_{k=1}^{\bar{K}} u_{hk} - \sum_{h=1}^{\bar{H}-1} \sum_{k=1}^{\bar{K}} z_{h(h+1)k} \quad (5.4.1)$$

Amaç fonksiyonu (5.4.1) istasyon sayısını (operatör sayısını) en küçükmeye çalışmaktadır.

$$\sum_{w=1}^m \sum_{k=1}^{\bar{K}} X_{hikw} = 1, \quad h = 1, \dots, \bar{H}, \quad i = 1, \dots, n_h \quad (5.4.2)$$

(5.4.2) numaralı kısıt her görevin sadece bir istasyona ve sadece bir operatöre bir defa atanmasını sağlamaktadır. Bu kısıt her görevin atanmasını sağlamaktadır.

$$\sum_{i=1}^{n_h} \sum_{w=1}^m t_{hiw} \cdot x_{hikw} + \sum_{i=1}^{n_{h+1}} \sum_{w=1}^m t_{(h+1)iw} \cdot x_{(h+1)ikw} \leq c \cdot (u_{hk} + u_{(h+1)k} - z_{h(h+1)k}),$$

$$k = 1, \dots, \bar{K}, \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 1 \quad (5.4.3)$$

(5.4.3) numaralı kısıt her bir istasyon zamanının çevrim zamanını geçmesini engeller.

$$\sum_{i=1}^{n_h} \sum_{w=1}^m t_{hiw} \cdot x_{hikw} \leq c \cdot u_{hk}, \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.4.4)$$

$$\sum_{i=1}^{n_h} \sum_{w=1}^m X_{hikw} \geq u_{hk}, \quad k = 1, \dots, \bar{K}, \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.4.5)$$

(5.4.4) ve (5.4.5) numaralı kısıtlar w operatörünün h . hattaki k . istasyonda çalışıp çalışmadığını kontrol eder.

$$z_{h(h+1)k} + z_{(h+1)(h+2)k} \leq 1, \quad \bar{H} \geq 3, \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 2, \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad (5.4.6)$$

(5.4.6) numaralı kısıt ardışık üç hattaki istasyon arasındaki ortaklık olmasını önler. En fazla iki hat arasında ortaklık kurulabilir. Örneğin 1. ve 2. hat arasında ortaklık varsa 2. ve 3. hat arasında ortaklık kurulamaz.

$$\sum_{w=1}^m \sum_{k=1}^{\bar{K}} k \cdot x_{hrkw} \leq \sum_{w=1}^m \sum_{k=1}^{\bar{K}} k \cdot x_{hskw}, \quad \forall (r, s) \in P_{hs}, \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.4.7)$$

(5.4.7) numaralı kısıt w işçisinin h hattındaki görevler arasındaki öncüllük ilişkisine göre atanmasını sağlar.

$$u_{hk} + u_{(h+1)k} \geq u_{h(k+1)} , \quad k = 1, \dots, \bar{K} - 1 , \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 1 \quad (5.4.8)$$

$$u_{hk} + u_{(h+1)k} \geq u_{h(h+1)(k+1)} , \quad k = 1, \dots, \bar{K} - 1 , \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 1 \quad (5.4.9)$$

(5.4.8) ve (5.4.9) numaralı kısıtlar çözümde ara istasyonların boş istasyon olmasına engel olur.

$$\sum_{i=1}^{n_h} x_{hikw} \leq \begin{cases} M.Y_{hkw} + M.V_{h(h+1)kw} , & h=1 , \quad k=1, \dots, \bar{K} , \quad w=1, \dots, m \\ M.Y_{hkw} + M.V_{(h-1)hkw} + M.V_{h(h+1)kw} , & h=2, \dots, \bar{H}-1 , \quad k=1, \dots, \bar{K} , \quad w=1, \dots, m \\ M.Y_{hkw} + M.V_{(h-1)hkw} , & h=\bar{H} , \quad k=1, \dots, \bar{K} , \quad w=1, \dots, m \end{cases} \quad (5.4.10)$$

(5.4.10) numaralı kısıt istasyonlara operatör atanırken operatörün o işi yapmaya uygun olup olmadığını kontrol ediyor.

$$\sum_{w=1}^m Y_{hkw} \leq \begin{cases} U_{hk} - z_{h(h+1)k} , & h=1 , \quad k=1, \dots, \bar{K} \\ U_{hk} - z_{(h-1)hk} - z_{h(h+1)k} , & h=2, \dots, \bar{H}-1 , \quad k=1, \dots, \bar{K} \\ U_{hk} - z_{(h-1)hk} , & h=\bar{H} , \quad k=1, \dots, \bar{K} \end{cases} \quad (5.4.11)$$

(5.4.11) numaralı kısıt istasyon açılmış ise açılan istasyona operatör atanmasını sağlar.

$$\sum_{w=1}^m V_{h(h+1)kw} = z_{h(h+1)k} , \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 1 , \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad (5.4.12)$$

(5.4.12) numaralı kısıt h ve $h + 1$ hatlarının komşu olan k istasyonlarında ortak işyeri kurulursa hangi operatörün atanacağını belirler.

$$\sum_{h=1}^{\bar{H}} \sum_{k=1}^{\bar{K}} Y_{hkw} + \sum_{h=1}^{\bar{H}-1} \sum_{k=1}^{\bar{K}} V_{h(h+1)kw} \leq 1 , \quad w = 1, \dots, m \quad (5.4.13)$$

(5.4.13) numaralı kısıt bir operatörün yalnızca bir istasyona atanmasını sağlar.

$$X_{hikw}, Z_k, U_{hk}, Y_{kw} \in \{0,1\} , \quad h = 1, \dots, \bar{H} , \quad i = 1, \dots, n_h , \quad k = 1, \dots, \bar{K} , \quad w = 1, \dots, m \quad (5.4.14)$$

(5.4.14) numaralı kısıt ikili değişkenleri tanımlamaktadır.

5.5. PMHDİA Problemi İçin Operatör Odaklı Matematiksel Model

Operatör odaklı model için notasyonlar ve parametreler istasyon odaklı modelle aynıdır. Değişen karar değişkenleri aşağıda belirtilmiştir.

Karar değişkenleri

X_{hikw} : 1, eğer h hattında üretilecek olan ürüne ait i görevi k operatör alanında w operatörü tarafından yapılacak ise; 0, aksi halde

Y_{kw} : 1, eğer k operatör alanında w operatörü çalışıyor ise; 0, aksi halde

$z_k : 1$, eğer k operatörü çalışıyor ise; 0 , aksi halde

Amaç fonksiyonu;

$$\text{Enkküçükleme} = \sum_{k=1}^{\bar{K}} z_k \quad (5.5.1)$$

Amaç fonksiyonu (5.5.1) operatör sayısını en küçükmeye çalışmaktadır.

$$\sum_{w=1}^m \sum_{k=1}^{\bar{K}} x_{hikw} = 1, \quad h = 1, \dots, \bar{H}, \quad i = 1, \dots, n_h \quad (5.5.2)$$

(5.5.2) numaralı kısıt her görevin bir istasyona ve bir operatöre bir defa atanmasını sağlamaktadır. Bu kısıt her görevin atanmasını sağlamaktadır.

$$\sum_{h=1}^{\bar{H}} \sum_{i=1}^{n_h} \sum_{w=1}^m t_{hiw} \cdot x_{hikw} \leq c \cdot z_k, \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad (5.5.3)$$

(5.5.3) numaralı kısıt hatlardaki istasyon zamanının çevrim zamanını aşmasını engeller.

$$\sum_{i=1}^{n_h} \sum_{w=1}^m x_{hikw} \leq n_h \cdot u_{hk}, \quad k = 1, \dots, \bar{K}, \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.5.4)$$

$$\sum_{i=1}^{n_h} \sum_{w=1}^m x_{hikw} \geq u_{hk}, \quad k = 1, \dots, \bar{K}, \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.5.5)$$

(5.5.4) ve (5.5.5) numaralı istasyonun açılıp açılmadığını kontrol eder.

$$u_{hk} + u_{(h+a)k} \leq 1, \quad k = 1, \dots, \bar{K}, \bar{H} \geq 3, h = 1, \dots, \bar{H} - 2, \quad a = 2, \dots, \bar{H} - h \quad (5.5.6)$$

(5.5.6) numaralı kısıt komşu olmayan hatlara aynı operatörün atanmasını engeller.

$$\sum_{w=1}^m \sum_{k=1}^{\bar{K}} k \cdot x_{hrkw} \leq \sum_{w=1}^m \sum_{k=1}^{\bar{K}} k \cdot x_{hskw}, \quad \forall (r, s) \in P_{hs}, \quad h = 1, \dots, \bar{H} \quad (5.5.7)$$

(5.5.7) numaralı kısıt w işçisinin h hattındaki görevler arasındaki öncüllük ilişkisine göre atanmasını sağlar.

$$\sum_{h=1}^{\bar{H}} \sum_{i=1}^{n_h} x_{hikw} \leq M \cdot Y_{kw}, \quad k = 1, \dots, \bar{K}, \quad w = 1, \dots, m \quad (5.5.8)$$

(5.5.8) numaralı kısıt istasyonlara operatör atanırken operatörün o işi yapmaya uygun olup olmadığını kontrol eder.

$$\sum_{w=1}^m Y_{kw} = z_k , \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad (5.5.9)$$

(5.5.9) numaralı kısıt k istasyonunda w operatörünün çalışıp çalışmadığını kontrol eder.

$$\sum_{k=1}^{\bar{K}} Y_{kw} \leq 1 , \quad w = 1, \dots, m \quad (5.5.10)$$

(5.5.10) numaralı kısıt w operatörünün en fazla bir istasyona atanmasını sağlar.

$$z_k \geq z_{k+1} , \quad h = 1, \dots, \bar{H} - 1 , \quad k = 1, \dots, \bar{K} \quad (5.5.11)$$

(5.5.11) numaralı kısıt çözümde ara istasyonların boş istasyon olmasına engel olur.

$$X_{hikw}, Z_k, U_{hk}, Y_{kw} \in \{0,1\}, h = 1, \dots, \bar{H}, i = 1, \dots, n_h, k = 1, \dots, \bar{K}, w = 1, \dots, m \quad (5.5.12)$$

(5.5.12) numaralı kısıt ikili değişkenleri tanımlamaktadır.

6. YAPILAN DENEYSEL ANALİZLER

Hadi Gökçen ve arkadaşlarının çalışmasında [2] yer alan kıyaslama problemleri, önerilen matematiksel modellerin performanslarını karşılaştırmak amacıyla kullanılmıştır.

Problem isimleri aşağıda sırası ile verilmiştir.

- Merten
- Jaeschke
- Jackson
- Roszieng
- Sawyer
- Kilbridge
- Hahn
- Tonge
- Wee-Mag
- Arcus1
- Lutz2
- Lutz3
- Mukherje
- Arcus'tur.

Problemler görev sayılarına göre; (1-30) göreve sahip problemler küçük, (31-70) göreve sahip problemler orta ve (71-fazlası) göreve sahip problemler büyük boyutlu problemler olarak sınıflandırılmıştır.

Ele alınan problem setlerinden; Merten, Jaeschke, Jackson, Roszieng ve Sawyer küçük boyutlu, Kilbridge ve Hahn orta boyutlu, Tonge, Wee-Mag, Arcus1, Lutz2, Lutz3, Mukherje ve Arcus büyük boyutlu olarak sınıflandırılır.

Temelde 14 adet olan problem setlerinde çevrim süreleri değiştirilerek toplamda 95 adet problemin çözümü araştırılmıştır. Gökçen ve arkadaşlarının makalesinden alınan bu problemlerden elde edilen çözümler EK'1 de verilmiştir.

EK 1'i açıklayacak olursak ilk sütunda problemin adı verilmiştir. İkinci sütunda birinci ve ikinci hatta bulunan görev sayıları belirtilmiştir. Üçüncü sütunda ise teorik istasyon sayısı belirtilmiştir. Teorik istasyon sayısı K_{min} ile gösterilmiştir ve bulunurken aşağıdaki denklem kullanılmıştır;

$$K_{min} = \left[\sum_h \left(\sum_i thi/C \right) \right]^+ \quad (6.1)$$

Dördüncü sütunda çevrim zamanı verilmiştir. Beşinci sütunda ise hatlar birbirlerinden bağımsız olarak dengelendiğinde kaç adet istasyona ihtiyaç olacağı gösterilmiştir. Altıncı ve son sütunda ise hat dengelemesi yapıldığında ihtiyaç olan istasyon sayısı belirtilmiştir. Parantez içinde gösterilen değerler matematiksel modelden elde edilen değerlerdir. Parantez içinde olmayan değerler ise önerilen sezgisel yöntem sonucunda elde edilmiştir.

Gökçen ve arkadaşlarının makalesinde önerilen matematiksel model ile 4 adet olan Merten problemlerinin, 5 adet olan Jaesche problemlerinin, 5 adet olan Jackson problemlerinin ve 5 adet olan Roszieng problemlerinin tamamında çözüme ulaşılmıştır ancak 6 adet olan Sawyer problemlerin 2 tanesinde çözüme ulaşılmıştır. Kilbridge ve Kilbridge'den daha büyük boyutlu problemler için ise hiçbir çözüm verilmemiştir.

Tez kapsamında öncelikli olarak, önerilen istasyon odaklı ve operatör odaklı olmak üzere iki adet matematiksel model performans açısından değerlendirilmiştir. Daha sonra ise elde edilen sonuçlar Gökçen ve arkadaşlarının çalışmasındaki [2] sonuçlar ile kıyaslanmıştır. Elde edilen sonuçlar EK 2'de verilmiştir. EK 2'de ilk sütunda problemin adı, ikinci sütunda birinci ve ikinci hatlarda gerçekleştirilecek görevlerin sayısı, üçüncü sütunda çevrim zamanı, dördüncü sütunda (6.1) de verilen eşitlik kullanılarak bulunan teorik istasyon sayısı gösterilmiştir. Beşinci ve altıncı sütunda ise istasyon odaklı matematiksel model ile çözdürülen problem setlerine ait çözüm süresi ve optimal değer, yedinci ve sekizinci sütunlarda ise operatör odaklı matematiksel model ile çözdürülen problem setlerine ait çözüm süresi ve optimal değer verilmiştir.

Matematiksel modellerin çözümü için CPLEX 12.7 yazılımı kullanılmıştır. Her problemin çözümü için 7200 saniye süre sınırı verilmiştir.

EK 2'de istasyon odaklı ve operatör odaklı matematiksel model ile çözdürülen problem setlerinden elde edilen sonuçlarda "*" olarak gösterilen satırlarda 7200 saniye içerisinde uygun çözüme ulaşılamamıştır. Kutu içerisinde koyu renkli olarak gösterilen satırlarda ise 7200 saniye sonunda tam sayılı bir sonuç bulunmuştur. Ancak elde edilen çözüm en iyi çözüm değildir.

EK 2'de verilen tablo değerlendirildiğinde; 95 problem seti içerisinde; istasyon odaklı matematiksel model ile uygun çözüm elde edilen problemlerin sayısı 93, en iyi çözüm elde edilen problem sayısı 75'dir. Operatör odaklı matematiksel model ile uygun

çözüm elde edilen problemlerin sayısı 83, en iyi çözüm elde edilen problemlerin sayısı 78'dir. Bütün problem setleri incelendiğinde istasyon odaklı problemlerin çözüm süreleri ortalaması 3921,84 saniye iken operatör odaklı problemlerin çözüm süreleri ortalaması 2204,86 saniyedir.

Önerilen matematiksel modeller ile literatürde yer alan ve çözüme ulaşılamamış 74 problem için çözüm elde edilmiştir.

İki modelin 95 problem seti üzerinden performans karşılaştırmaları Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2. Modellerin 95 problem seti üzerinden karşılaştırılması

	Uygun Çözüm (adet)	En İyi Çözüm (adet)	Süre (sn)
İstasyon Odaklı Model	93	75	3921,84
Operatör Odaklı Model	83	78	2204,86

Tez kapsamında önerilen operatör odaklı matematiksel model ve istasyon odaklı matematiksel modele işgücü kısıtı eklenerek küçük ölçekli problem setleri; Merten, Jaeschke, Jackson, Roszieng ve Sawyer tekrar çözdürülmüştür. Her bir problem için çevrim zamanları ve öncelik ilişkileri değiştirilmeden ilave olarak yeni işçi süreleri eklenerek yeni üretilen 150 adet problemin çözümü araştırılmıştır Bu problemlerden elde edilen sonuçlar EK 3 ve EK 4'te gösterilmiştir. EK 3 ve EK 4 tablolarının sütunlarında verilen bilgilerin sıralaması EK 2 tablosu ile aynıdır.

Matematiksel modellerin çözümü için CPLEX 12.7 yazılımı kullanılmıştır. Her problemin çözümü için 21600 saniye süre sınırı verilmiştir.

EK 3 ve EK 4'de istasyon odaklı ve operatör odaklı matematiksel model ile çözdürülen problem setlerinden elde edilen sonuçlarda "*" olarak gösterilen satırlarda 21600 saniye içerisinde uygun çözüme ulaşılamamıştır.

EK 3'de verilen tablo değerlendirildiğinde; 75 problem seti içerisinde; istasyon odaklı matematiksel model ile uygun çözüm elde edilen problem sayısı 72, operatör odaklı matematiksel model ile uygun çözüm elde edilen problemlerin sayısı 74'dür. Bütün problem setleri incelendiğinde istasyon odaklı problemlerin uygun çözüm süreleri ortalaması 8757,72 saniye iken operatör odaklı problemlerin uygun çözüm süreleri ortalaması 7782,77 saniyedir. 75 problem seti içerisinde; istasyon odaklı matematiksel

model ile en iyi çözüm elde edilen problem sayısı 44, operatör odaklı matematiksel model ile en iyi çözüm elde edilen problemlerin sayısı 49'dur. Bütün problem setleri incelendiğinde istasyon odaklı problemlerin en iyi çözüm süreleri ortalaması 585,35 saniye iken operatör odaklı problemlerin en iyi çözüm süreleri ortalaması 733,16 saniyedir.

EK 4'de verilen tablo değerlendirildiğinde; 75 problem seti içerisinde; istasyon odaklı matematiksel model ile uygun çözüm elde edilen problem sayısı 50, operatör odaklı matematiksel model ile uygun çözüm elde edilen problemlerin sayısı 75'dir. Bütün problem setleri incelendiğinde istasyon odaklı problemlerin çözüm süreleri ortalaması 5058,18 saniye iken operatör odaklı problemlerin çözüm süreleri ortalaması 8387,05 saniyedir. 75 problem seti içerisinde; istasyon odaklı matematiksel model ile en iyi çözüm elde edilen problem sayısı 40, operatör odaklı matematiksel model ile en iyi çözüm elde edilen problemlerin en iyi çözüm süreleri ortalaması 509,18 saniye iken operatör odaklı problemlerin çözüm süreleri ortalaması 57,14 saniyedir.

EK 3 ve EK 4'te verilen problem setleri beraber incelendiğinde; 150 problem seti içerisinde; istasyon odaklı matematiksel model ile uygun çözüm elde edilen problem sayısı 122, çözüm süreleri ortalaması 7223,76 saniye ve en iyi çözüm elde edilen problem sayısı 84, çözüm süreleri ortalaması 549,08 saniyedir.

Operatör odaklı matematiksel model ile uygun çözüm elde edilen problemlerin sayısı 149, çözüm süreleri ortalaması 8086,94 saniye ve en iyi çözüm elde edilen problem sayısı 95, çözüm süreleri ortalaması 405,83 saniyedir.

İki modelin 150 problem seti üzerinden performans karşılaştırmaları Tablo 3'de gösterilmiştir.

Tablo 3. Modellerin 95 problem seti üzerinden karşılaştırılması

	İstasyon Odaklı Model	Süre (sn)	Operatör Odaklı Model	Süre (sn)
Uygun Çözüm (adet)	122	7223,76	149	8086,94
En İyi Çözüm (adet)	84	549,08	95	405,83

Ek 5'te PMHD problemi için önerilen matematiksel modelden elde edilen istasyon sayısı sonuçları ile işçi atama kısıtı eklenen matematiksel modelden elde edilen istasyon sayısı sonuçları kıyaslandığında;

Merten problemi için çevrim süreleri sırası ile 9, 11, 13 ve 17 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 2,0,1 ve 1 olmak üzere toplamda 4 azalmıştır.

Jaeschke problemi için çevrim süreleri sırası ile 9, 11, 13,15 ve 17 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 2, 1, 2, 1 ve 0 olmak üzere toplamda 6 azalmıştır.

Jackson problemi için çevrim süreleri sırası ile 8, 10, 13, 15 ve 19 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 6, 2, 2, 1 ve 1 olmak üzere toplamda 12 azalmıştır.

Roszieg problemi için çevrim süreleri sırası ile 14, 16, 17, 22 ve 30 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 4 , 4, 2, 2 ve 1 olmak üzere toplamda 13 azalmıştır.

Sawyer problemi için çevrim süreleri sırası ile 25, 27, 30, 41 ve 54 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 9 , 10, 6, 8, 5 ve 1 olmak üzere toplamda 39 azalmıştır.

Operatör odaklı PMHD problemi için önerilen matematiksel modelden elde edilen sonuçlara ile işçi atama kısıtı eklendikten sonra elde edilen sonuçlar kıyaslandığında;

Merten problemi için çevrim süreleri sırası ile 9, 11, 13 ve 17 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 2,0,1 ve 1 olmak üzere toplamda 4 azalmıştır.

Jaeschke problemi için çevrim süreleri sırası ile 9, 11, 13,15 ve 17 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 2, 1, 2, 1 ve 0 olmak üzere toplamda 6 azalmıştır.

Jackson problemi için çevrim süreleri sırası ile 8, 10, 13, 15 ve 19 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 6, 2, 2, 1 ve 1 olmak üzere toplamda 12 azalmıştır.

Roszieg problemi için çevrim süreleri sırası ile 14, 16, 17, 22 ve 30 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 6, 5, 4, 3 ve 2 olmak üzere toplamda 20 azalmıştır.

Sawyer problemi için çevrim süreleri sırası ile 25, 27, 30, 41 ve 54 olan problemlerde ihtiyaç duyulan istasyon sayıları sırası ile; 11, 10, 8, 8, 6 ve 4 olmak üzere toplamda 47 azalmıştır.

PMHD problemi için önerilen matematiksel model ile elde edilen sonuçlara göre gerekli olan toplam istasyon sayısı 279 iken işçi atama kısıtı eklenerek çözülen modellerden istasyon odaklı olan modelden elde edilen sonuçlara göre gerekli olan istasyon

sayısı 202 ve operatör odaklı olan modelden elde edilen sonuçlara göre gerekli olan istasyon sayısı 190'dır.

7. SONUÇ

Hadi Gökçen ve arkadaşlarının çalışmasında [2] yer alan Merten, Jaeschke, Jackson, Roszieng, Sawyer, Kilbridge, Hahn, Tonge, Wee-Mag, Arcus1, Lutz2, Lutz3, Mukherje, Arcus olmak üzere 14 adet kıyaslama problemi üzerinde çalışılmıştır.

Tez kapsamında 4 adet matematiksel model önerilmiştir. İlk olarak PMHD problemleri için operatör odaklı ve istasyon odaklı olmak üzere 2 tip matematiksel model önerilmiştir. Daha sonra önerilen bu iki modele iş gücü atama kısıtı eklenerek daha önce literatürde çalışılmamış 2 yeni matematiksel model önerilmiştir.

Operatör odaklı matematiksel model ile verilen süre sınırı içerisinde en iyi çözümü bulunan problem sayısı istasyon odaklı matematiksel model ile çözülen problemlerin sayısından 3 adet daha fazla ve operatör odaklı matematiksel model ile çözülen problemlerin çözüm süresi istasyon odaklı matematiksel model ile çözülen problemlerin çözüm süresinden 1716,98 saniye daha kısadır. Bu durumda operatör odaklı matematiksel modelin benimsenmesi uygun olacaktır.

İşçi atama kısıtı eklendikten sonra elde edilen iki model ile problem setleri çözdürüldüğünde;

Operatör odaklı matematiksel model ile çözüldüğünde elde edilen uygun çözüm sayısı istasyon odaklı matematiksel model ile çözüldüğünde elde edilen uygun çözüm sayısından 27 adet fazladır. Operatör odaklı matematiksel model ile çözüldüğünde elde edilen en iyi çözüm sayısı istasyon odaklı matematiksel model ile çözüldüğünde elde edilen en iyi çözüm sayısından 11 adet fazladır. Bu sonuçlar doğrultusunda operatör odaklı matematiksel modelin benimsenmesi önerilmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] S. Ghosh and R. J. Gagnon, "A comprehensive literature review and analysis of the design, balancing and scheduling of assembly systems," *International Journal of Production Research*, vol. 27 (4), pp. 637 – 670, 1989.
- [2] H. Gökçen, K. Ağpak, R. Benzer, "Balancing of parallel assembly lines," *International Journal of Production Economics*, vol. 103, pp. 600 – 609, 2006.
- [3] H. Gökçen, "Karışık Modelli MHD Problemleri İçin Yeni Modeller," Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 1994.
- [4] B. Çakır, "Stokastik İşlem Zamanlı Montaj Hattı Dengeleme İçin Tavlama Benzetimi Algoritması," Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara 2006.
- [5] R. Wild, "Mass-Production Management," *John Wiley & Sons Inc.*, London, pp. 6-24, 1972.
- [6] M. Tanyaş and M. Baskak, *Üretim Plânlama ve Kontrol*, İstanbul: İrfan Yayımcılık 2006.
- [7] M. E. Salveson, "The assembly line balancing problem," *Journal of Industrial Engineering*, vol. 6, pp. 18 -25, 1955.
- [8] I. Baybars, "A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem," *Management Science*, vol. 32 (8), pp. 909 – 932, 1986.
- [9] S. Ghosh and J. Gagnon, "A comprehensive literature review and analysis of the design, balancing and scheduling of assembly systems," *International Journal of Production Research*, vol. 27 (4), pp. 637-670, 1989.
- [10] E.Erel and S. C. Sarin, "A survey of the assembly line balancing procedures," *Production Planning and Control*, vol. 9 (5), pp. 414 – 434, 1998.

- [11] A. Scholl and C. Becker, "State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing," *European Journal of Operational Research*, 168 (3): 666-693 (2006).
- [12] C. Becker and A. Scholl "A survey On Problems and Methods in Generalized Assembly Line Balancing," *European Journal Of Operational Research*, 168: 694-715 (2006).
- [13] O. Battaïa, and A. Dolgui, "A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches," *International Journal of Production Economics*, vol. 142(2), pp. 259-277, 2013.
- [14] G.A. Süer and C. Dagli, "A knowledge-based system for selection of resource allocation rules and algorithms, in Handbook of expert system applications in manufacturing; Structures and rules, (eds. A.Mital and S.Anand)," *Chapman and Hall*, pp. 108-147, 1994.
- [15] G.A Süer, "Designing parallel assembly lines," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 35 (3-4), pp. 467 – 470, 1998.
- [16] R. Benzer, H. Gökçen, T. Çetinyokus, H. Çerçioğlu, "A network model for parallel line balancing problem," *Mathematical Problems in Engineering*, Art. No. 10106, pp.1 – 12, 2007.
- [17] H. Çerçioğlu, U. Özcan, H. Gökçen, Toklu, B., "Paralel Montaj Hattı Dengeleme Problemleri için Bir Tavlama Benzetimi Yaklaşımı," *J. Fac. Eng. Arch. Gazi Univ*, vol. 24 (2), pp. 331 – 341, 2009.
- [18] K. H. Doerr, T. D. Klastorn, M. J. Magazine, "Synchronous Unpaced Flow Lines with Worker Differences and Overtime Cost," *Management Science*, vol. 46(3), pp. 421-435, 2000.
- [19] W. J. Hopp, E. Tekin, M. P. V. Oyen, "Benefits of Skill Chaining in Serial Production Lines with Cross-Trained Workers," *Management Science*, vol. 50(1), pp. 83-98, 2004.

- [20] P. M. Vilarinho and A. S. Simaria, "A two-stage heuristic method for balancing mixed-model assembly lines with parallel workstations," *International Journal of Production Research*, vol. 40(6), pp. 1405-1420, 2002.
- [21] S. Akpınar and G. M. Bayhan, "A hybrid genetic algorithm for mixed model assembly line balancing problem with parallel workstations and zoning constraints," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 24(3), pp. 449-457, 2011.
- [22] L. Ozbakır, A. Baykasoglu, B. Gorkemli, L. Gorkemli, "Multiple-colony ant algorithm for parallel assembly line balancing problem," *Applied Soft Computing*, vol. 11, pp. 3186 – 3198, 2011.
- [23] Y. Kara and Y. Atasagun, "Assembly Line Balancing with Resource Dependent Task Times: An Application to Parallel Assembly Lines," *IFAC Proceedings*, vol. 46(9), pp. 845-850, 2013.
- [24] I. Kucukkoc and D. Z. Zhang, "Balancing of parallel U-shaped assembly lines," *Computers & Operations Research*, vol. 64, pp. 233-244, 2015.
- [25] P. Tapkan, L. Özbakır, A. Baykasoğlu, "Bee algorithms for parallel two-sided assembly line balancing problem with walking times," *Applied Soft Computing*, vol. 39, pp. 275-291, 2016.
- [26] J. Fisel, Y. Exner, N. Stricker, G. Lanza, "Changeability and flexibility of assembly line balancing as a multi-objective optimization problem," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 53, pp. 150-158, 2019.
- [27] Z. Li, M. N. Janardhanan, Q. Tang, S. G. Ponnambalam, "Model and metaheuristics for robotic two-sided assembly line balancing problems with setup times," *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 50, 2019.
- [28] U. Özcan, "Balancing and scheduling tasks in parallel assembly lines with sequence-dependent setup times," *International Journal of Production Economics*, vol. 213, pp. 81-96, 2019.

- [29] A. A. Chaves, C. Miralles, L. A. N. Lorena, "Clustering search approach for the assembly line worker assignment and balancing problem," In Proceedings of the 37th International Conference on Computers and Industrial engineering, Alexandria, Egypt, pp. 1469-1478, 2007
- [30] M. C. O. Moreira, C. Miralles, A. M. Costa, "Model and heuristics for the assembly line worker integration and balancing problem," *Computers & Operations Research*, vol. 54, pp. 64-73, 2015.
- [31] A. Corominas, R. Pastor, J. Plans, "Balancing assembly line with skilled and unskilled workers," *Omega*, vol. 36(6), pp. 1126-1132, 2008.
- [32] M. K. Öksüz and Ş. I. Satoğlu, "Balancing U-shaped Assembly Lines by Considering Human Factors," *Proceedings of the Global Conference on Engineering and Technology Management*, Istanbul, Turkey, pp. 189-195, 2014.
- [33] G. Tuncel and S. Topaloğlu, "Assembly line balancing with positional constraints, task assignment restrictions and station paralleling: A case in an electronics company," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 64(2), pp. 602-609, 2013.
- [34] B. Güner and S. Hasgöl, "Sürdürülebilir Denge İçin Ergonomik Faktörleri İçeren U Tipi Montaj Hattı Dengelemesi," *Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der.*, vol. 27(2), pp. 407-415, 2012.
- [35] H. Altunay, H. C. Özmutlu, S. Özmutlu, "Paralel Görev Atamalı Montaj Hattı Dengeleme Problemi İçin Yeni Bir Matematiksel Model Önerisi," *C.Ü. İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, vol. 18(1), pp. 15-33, 2017.
- [36] Y. Ayrım, G. F. Can, "İş Yükü Minimizasyonunu Hedefleyen Bir İşçi Atama Modeli Önerisi," *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, vol. 6(0), pp. 148 – 158, 2018.
- [37] L. Borba and M. Ritt, "A heuristic and a branch-and-bound algorithm for the Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem," *Computers & Operations Research*, vol. 45, pp. 87-96, 2014.

- [38] X. Chu, D. Gao, S. Chengc, Y. Shi, “Worker assignment with learning-forgetting effect in cellular manufacturing system using adaptive memetic differential search algorithm,” *Computers & Industrial Engineering* vol. 136, pp. 381-396, 2019.
- [39] J. Lian, C. Liu , W. Li, Y. Yin, “A multi-skilled worker assignment problem in seru production systems considering the worker heterogeneity,” *Computers & Industrial Engineering*, vol. 118, pp. 366-382, 2018.
- [40] H. Feng, W. Da, L. Xi, E. Pan, “Solving the integrated cell formation and worker assignment problem using particle swarm optimization and linear programming,” *Computers & Industrial Engineering*, vol. 110, pp. 126-137, 2017.
- [41] J. Pereira, “The robust (minmax regret) assembly line worker assignment and balancing problem,” *Computers & Operations Research*, vol. 93, pp. 27-40, 2018.
- [42] B. W. Pearce, K. Antani, L. Mears, K. Funk, M. E. Mayorga, M. E. Kurz, “An effective integer program for a general assembly line balancing problem with parallel workers and additional assignment restrictions,” *Journal of Manufacturing Systems*, vol 50, pp. 180-192, 2019.
- [43] F. Niakan, A. Baboli, T. Moyaux, V. B. Genoulaz, “A bi-objective model in sustainable dynamic cell formation problem with skill-based worker assignment,” *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 38, pp. 46-62, 2016.

EKLER

EK 1: PMHD Problemi İçin Test Problemleri Sonuçları

Test Problemleri	Görev Sayısı (1. hat - 2. hat)	Teorik istasyon sayısı	Çevrim zamanı (sn)	Bağımsız dengeleme ile elde edilen istasyon sayıları (1. hat + 2. hat)	Optimal Değer
Merten	6-7	6	9	4+3	7-(7)
		5	11	3+3	5-(5)
		5	13	3+2	5-(5)
		4	17	2+2	4-(4)
Jaeschke	9-8	8	9	5+4	8-(8)
		7	11	4+4	7-(7)
		6	13	3+3	6-(6)
		5	15	3+3	5-(5)
Jackson	11-10	4	17	3+2	4-(4)
		11	8	7+6	13-(13)
		9	10	5+5	9-(9)
		7	13	4+4	7-(7)
Roszieng	25-24	6	15	4+3	6-(6)
		5	19	3+3	5-(5)
		18	14	10+10	18-(18)
		16	16	8+8	16-(16)
Sawyer	30-28	15	17	8+8	15-(15)
		12	22	6+6	12-(12)
		9	30	5+5	9-(9)
		26	25	14+13	26-(*)
Kilbridge	45-43	24	27	13+12	25-(*)
		22	30	12+11	22-(*)
		18	36	10+9	18-(*)
		16	41	8+8	16-(16)
Hahn	53-51	12	54	7+6	12-(12)
		20	57	10+10	20
		14	79	7+7	14
		12	92	6+6	12
Tonge	70-66	10	110	6+5	10
		8	138	4+4	8
		6	184	3+3	6
		14	2004	8+7	14
Wee-Mag	75-71	12	2338	7+7	12
		10	2806	6+5	10
		8	3507	5+4	8
		6	4676	4+3	6
Wee-Mag	75-71	43	160	23+22	45
		41	168	22+22	43
		34	207	18+17	34
		30	234	16+15	30
Wee-Mag	75-71	26	270	14+13	26
		24	293	13+12	24
		105	28	63+60	123
		102	29	63+60	123
Wee-Mag	75-71	95	31	62+60	121
		89	33	61+59	119

		87	34	61+59	119
		72	41	59+57	116
		70	42	55+53	107
		69	43	50+48	98
		60	49	32+31	62
		55	54	31+30	60
Arcus1	83-79	39	3786	21+19	40
		37	3985	20+19	38
		35	4206	19+17	36
		33	4454	18+17	34
		31	4732	17+16	32
		25	5853	14+12	26
		22	6842	12+11	22
		20	7571	11+10	20
		18	8412	10+9	18
		14	10816	8+7	14
Lutz2	89-85	86	11	49+46	90
		79	12	44+41	82
		73	13	40+38	75
		68	14	37+35	71
		63	15	34+32	64
		59	16	31+30	60
		56	17	29+28	56
		50	19	26+25	50
		47	20	25+24	48
Lutz3	89-85	43	75	23+22	45
		41	79	22+22	43
		39	83	21+21	40
		37	87	20+19	38
		35	92	19+18	36
Mukherje	94-90	47	176	25+24	48
		45	183	24+23	46
		43	192	23+21	44
		41	201	22+20	42
		39	211	21+19	40
		37	222	20+18	38
		35	234	19+18	36
		33	248	18+17	34
		31	263	17+16	32
		29	281	16+15	30
		27	301	15+14	28
		26	324	14+13	26
		24	351	13+12	24
Arcus	111-107	52	5785	27+28	55
		50	6016	26+27	53
		48	6267	25+26	50
		46	6540	24+25	48
		44	6837	23+24	46
		42	7162	22+22	44

EK 2: PMHD Problemi İçin İstasyon Odaklı ve Operatör Odaklı Matematiksel Modellerin Karşılaştırılması

	Görev Sayısı (1. hat - 2. hat)	Çevrim zamanı (sn)	Teorik istasyon sayısı	İstasyon Odaklı		Operatör Odaklı		Gökçen [2] optimal değer
				Çözüm Süresi(sn)	Optimal Değer	Çözüm Süresi(sn)	Optimal Değer	
Merten	6-7	9	6	2,42	7	0,19	7	7
		11	5	0,11	5	0,06	5	5
		13	5	0,09	5	0,05	5	5
		17	4	0,08	4	0,05	4	4
Jaeschke	9-8	9	8	0,08	8	0,14	8	8
		11	7	0,2	7	0,13	7	7
		13	6	0,06	6	0,08	6	6
		15	5	0,14	5	0,03	5	5
Jackson	11-10	17	4	0,13	4	0,13	4	4
		8	11	0,66	13	0,16	13	13
		10	9	5,8	9	0,87	9	9
		13	7	0,34	7	0,16	7	7
Roszieg	25-24	15	6	0,3	6	0,08	6	6
		19	5	0,23	5	0,09	5	5
		14	18	32,99	18	0,53	18	18
		16	16	26,9	16	1,01	16	16
Sawyer	30-28	17	15	23,17	15	0,69	15	15
		22	12	22,23	12	0,72	12	12
		30	9	134,13	9	0,51	9	9
		25	26	63,87	26	2,14	26	*
Kilbridge	45-43	27	24	7200	25	14,37	24	*
		30	22	113,83	22	1,62	22	*
		36	18	10,64	18	25,02	18	*
		41	16	7,35	16	0,78	16	16
Hahn	53-51	54	12	13,71	12	0,8	12	12
		57	20	21,18	20	0,48	20	-
		79	14	2639,55	14	0,97	14	-
		92	12	869,39	12	1,86	12	-
Tonge	70-66	110	10	34,01	10	1,31	10	-
		138	8	1720,82	8	1,76	8	-
		184	6	77,81	6	0,98	6	-
		2004	14	1192,43	14	6,88	14	-
WeeMag	75-71	2338	12	178,01	12	1,25	12	-
		2806	10	1,31	10	0,77	10	-
		3507	8	6,77	8	0,42	8	-
		4676	6	1,37	6	0,48	6	-
Tonge	70-66	160	43	7200	45	7200	44	-
		168	41	7200	44	7200	43	-
		207	34	7200	35	251,27	34	-
		234	30	7200	31	4,99	30	-
WeeMag	75-71	270	26	7200	27	7200	27	-
		293	24	387,93	24	17,82	24	-
		28	105	7200	123	7200	123	-
		29	102	7200	123	7200	120	-
WeeMag	75-71	31	95	7200	121	7200	118	-

		33	89	7200	119	80	119	-
		34	87	7200	119	69	119	-
		41	72	292	116	1401	116	-
		42	70	7200	107	7200	107	-
		43	69	234	98	18	98	-
		49	60	7200	62	*	*	-
		54	55	7200	60	32	60	-
Arcus1	83-79	3786	39	7200	40	7200	40	-
		3985	37	7200	38	*	*	-
		4206	35	7200	36	7200	36	-
		4454	33	7200	34	7200	34	-
		4732	31	7200	32	7200	32	-
		5853	25	7200	26	123,35	25	-
		6842	22	94,15	22	16,24	22	-
		7571	20	28,97	20	1,2	20	-
		8412	18	0,94	18	0,75	18	-
		10816	14	42,43	14	0,14	14	-
Lutz2	89-85	11	86	7200	93	7200	92	-
		12	79	7200	84	*	*	-
		13	73	7200	77	*	*	-
		14	68	7200	70	*	*	-
		15	63	7200	64	*	*	-
		16	59	*	*	*	*	-
		17	56	7200	57	*	*	-
		19	50	7200	51	*	*	-
		20	47	7200	49	*	*	-
Lutz3	89-85	75	43	7200	44	7200	44	-
		79	41	7200	44	7200	44	-
		83	39	7200	40	6507	39	-
		87	37	7200	38	7200	37	-
		92	35	7200	36	7200	35	-
Mukherje	94-90	176	47	7200	48	3138,83	47	-
		183	45	7200	46	184,13	45	-
		192	43	7200	44	110,04	43	-
		201	41	7200	44	7200	42	-
		211	39	7200	40	139	39	-
		222	37	7200	39	2947	37	-
		234	35	7200	36	7200	35	-
		248	33	7200	34	2874	33	-
		263	31	7200	32	7200	32	-
		281	29	7200	30	7200	30	-
		301	27	7200	28	7200	28	-
		324	26	286	26	3,88	26	-
		351	24	84	24	1,65	24	-
Arcus	111-107	5785	52	7200	57	7200	53	-
		6016	50	7200	52	*	*	-
		6267	48	7200	49	7200	49	-
		6540	46	7200	47	*	*	-
		6837	44	7200	45	7200	45	-
		7162	42	7200	43	7200	43	-

EK 3: PMHDİA Problemi İçin Set 1 Test Problemleri

	Görev Sayısı (1. hat - 2. hat)	Çevrim zamanı (sn)	Teorik istasyon sayısı	İstasyon Odaklı		Operatör Odaklı			
				Çözüm Süresi(sn)	Optimal Değer	Çözüm Süresi(sn)	Optimal Değer		
Merten	6 - 7	9	5	0,84	5	0,28	5		
		9	5	0,22	5	0,14	5		
		9	5	0,86	5	0,09	5		
		11	4	0,64	5	0,33	5		
		11	4	0,14	4	0,06	4		
		11	4	0,45	4	0,16	4		
		13	4	0,13	4	0,2	4		
		13	4	0,09	4	0,02	4		
		13	4	0,16	4	0,01	4		
		17	3	0,06	3	0,03	3		
		17	3	0,17	4	0,06	4		
		17	3	0,05	3	0,03	3		
		Jaeschke	9 - 8	9	6	14,26	6	1,54	6
				9	5	2,4	6	0,67	6
9	7			101,35	7	5,71	7		
11	6			9,02	6	1,59	6		
11	5			2,78	5	0,31	5		
11	5			1,11	5	0,41	5		
13	4			0,91	4	0,14	4		
13	5			0,69	5	0,16	5		
13	4			0,55	5	0,09	5		
15	4			0,19	4	0,23	4		
15	4			0,91	5	0,38	5		
15	4			0,84	4	0,38	4		
17	4			0,22	4	0,03	4		
17	3			0,33	4	0,11	4		
Jackson	11 - 10	8	7	140,88	7	4,24	7		
		8	7	393,22	7	10,84	7		
		8	7	22,39	7	0,83	7		
		10	6	72,34	7	31,92	7		
		10	6	25,99	6	3,42	6		
		10	6	52,42	6	5,4	6		
		13	5	2,73	5	0,44	5		
		13	5	19,5	5	1,2	5		
		13	5	15,88	6	836,81	6		
		15	5	12,47	5	0,47	5		
		15	5	47,14	5	0,75	5		
		15	5	1,65	5	0,59	5		
		19	4	0,9	4	0,19	4		
		19	4	2,31	5	0,44	5		
Roszieg	25 - 24	19	4	1,06	4	0,13	4		
		14	11	21600	14	21600	12		
		14	11	21600	18	21600	12		

		14	11	21600	15	21600	11
		16	11	21600	12	21600	11
		16	11	*	*	21600	11
		16	11	21600	13	21600	12
		17	11	21600	13	21600	11
		17	9	*	*	21600	10
		17	9	21600	11	17517,15	9
		22	8	21600	10	14959,22	9
		22	8	21600	9	344,09	8
		22	8	21600	8	424,15	8
		30	7	21600	8	1378,75	7
		30	7	14905,29	7	297,99	7
		30	7	9899,82	7	92,59	7
Sawyer	30-28	25	15	21600	17	21600	15
		25	14	21600	20	21600	16
		25	14	21600	19	21600	15
		27	14	21600	14	21600	14
		27	14	21600	16	21600	14
		27	13	21600	14	21600	14
		30	13	21600	16	21600	14
		30	13	*	*	21600	15
		30	12	21600	13	*	*
		36	10	21600	10	21600	10
		36	12	21600	13	21600	12
		36	11	21600	12	21600	11
		41	10	21600	11	21600	10
		41	9	21600	11	21600	9
		41	10	21600	11	21600	10
		54	8	21600	8	21600	8
		54	9	21600	10	21600	9
		54	8	21600	9	21600	9

EK 4: PMHDIA Problemi İçin Set 2 Test Problemleri

	Görev Sayısı (1. hat - 2. hat)	Çevrim zamanı (sn)	Teorik istasyon sayısı	İstasyon Odaklı		Operatör Odaklı			
				Çözüm Süresi(sn)	Optimal Değer	Çözüm Süresi(sn)	Optimal Değer		
Merten	6 - 7	9	5	1,18	5	0,64	5		
		9	5	0,98	5	4,44	5		
		9	5	3,42	5	0,08	5		
		11	4	0,55	4	1,58	4		
		11	4	0,55	4	1,17	4		
		11	4	1,59	4	0,08	4		
		13	4	0,67	4	1,75	4		
		13	4	0,47	4	3,23	4		
		13	4	0,08	4	0,16	4		
		17	3	*	*	0,09	3		
		17	3	0,05	3	0,73	3		
		17	3	*	*	0,09	3		
		Jaeschke	9 - 8	9	6	23,53	6	2,98	6
				9	5	7,22	6	9,48	6
9	7			15,58	7	6	7		
11	6			6,23	6	1,67	6		
11	5			4,42	5	2,39	5		
11	5			2,67	5	1,41	5		
13	4			4,02	5	4,27	5		
13	5			0,78	5	0,09	5		
13	4			3,69	5	4,41	5		
15	4			5,11	5	2,2	5		
15	4			3,63	4	4,44	4		
15	4			0,94	4	2,22	4		
17	4			0,66	4	0,25	4		
17	3			*	*	1,88	3		
Jackson	11 - 10	17	4	0,45	4	0,38	4		
		8	7	65,97	7	64,31	7		
		8	7	31,16	7	49,52	8		
		8	7	92,67	7	33,16	8		
		10	6	92,61	7	6,28	6		
		10	6	182,92	7	6,55	6		
		10	6	80,91	7	27,66	7		
		13	5	23,77	6	4,5	6		
		13	5	4,42	6	1,74	6		
		13	5	31,56	6	8,5	6		
		15	5	13,97	5	1,33	5		
		15	5	4,36	5	1,8	5		
		15	5	6,88	5	7,28	5		
		19	4	3,23	4	0,55	4		
19	4	2,06	4	0,59	4				
Roszieg	25 - 24	19	4	5,22	5	2,26	5		
		14	11	*	*	21600	11		
		14	11	*	*	21600	11		
		14	11	*	*	21600	13		

		16	11	*	*	21600	12
		16	11	*	*	21600	11
		16	11	*	*	21600	11
		17	11	*	*	21600	12
		17	9	*	*	21600	10
		17	9	*	*	21600	10
		22	8	*	*	21600	9
		22	8	*	*	21600	10
		22	8	*	*	1181,42	8
		30	7	21600	8	344,84	7
		30	7	19636,94	7	164,25	7
		30	7	21600	8	663,94	7
Sawyer	30-28	25	15	21600	20	21600	19
		25	14	21600	20	21600	17
		25	14	*	*	21600	14
		27	14	*	*	21600	18
		27	14	*	*	21600	18
		27	13	*	*	21600	16
		30	13	21600	14	21600	13
		30	13	21600	18	21600	13
		30	12	21600	18	21600	15
		36	10	21600	12	21600	12
		36	12	21600	12	21600	14
		36	11	*	*	21600	14
		41	10	*	*	21600	11
		41	9	*	*	21600	10
		41	10	*	*	21600	11
		54	8	*	*	21600	8
		54	9	21600	9	21600	9
		54	8	21600	8	21600	8

EK 5: İstasyon Sayılarının Karşılaştırılması

	Çevrim zamamı (sn)	PMHD Optimal Değer	PMHDİA İSTASYON ODAKLI Optimal Değer	PMHDİA OPERATÖR ODAKLI Optimal Değer
Merten	9	7	5	5
	11	5	5	5
	13	5	4	4
	17	4	3	3
Jaeschke	9	8	6	6
	11	7	6	6
	13	6	4	4
	15	5	4	4
	17	4	4	4
Jackson	8	13	7	7
	10	9	7	7
	13	7	5	5
	15	6	5	5
	19	5	4	4
Roszieg	14	18	14	12
	16	16	12	11
	17	15	13	11
	22	12	10	9
	30	9	8	7
Sawyer	25	26	17	15
	27	24	14	14
	30	22	16	14
	36	18	10	10
	41	16	11	10
	54	12	8	8